

電気電子工学I

石原尚

知能・機能創成工学専攻 講師 (アンドロイド工学)

5/16, 23, 30, 6/6, 13の5回で交流回路を学びます

- 2 交流回路
 - 2.1 正弦波電圧・電流
 - 2.2 正弦波電圧・電流の複素数表示
 - 2.3 交流回路の複素数領域における解析法
 - 2.4 簡単な回路の正弦波定常解析
 - 2.5 複素インピーダンスと複素アドミタンス
 - 2.6 フェーザ図
 - 2.7 共振回路
 - 2.8 交流回路における電力
 - 3 回路の諸定理
 - 3.1 回路の基本的性質
 - 3.2 重ね合わせの理
 - 3.3 テブナン等価回路とノートン等価回路
 - 3.6 ブリッジ回路
 - 3.7 整合
 - 3.8 電力と重ね合わせの理
- 交流回路解析に必要な基礎知識 (5/16)
- 直流回路解析と類似した交流回路の基礎解析 (5/23)
- 交流回路ならではの特性の解析 (5/30)
- 交流回路の解析を簡単にする定理 (6/6)
- 定理の応用例 (6/13)

前回学んでももらったこと

① 交流回路の解析の流れが直流回路解析と同じであること。

- ① 記号を書く
- ② 回路各部の電圧平衡則と電流保存則を立式
- ③ 各素子の電圧と電流の特性式を立式
- ④ 連立方程式を解く

② 解析においてはどのような連立方程式を立てることになるか。

- $V = RI$, $V = \frac{1}{j\omega C}I$, $V = j\omega LI$ 以外は直流解析と同じ

③ 解析を楽にする複素インピーダンスとは何か。

- ある回路部分の電圧と電流の関係式 $V = ZI$ の係数 Z 。位相も変える特殊な抵抗みたいなもの。

④ 複素インピーダンスを使った場合の回路解析はどのようなものか。

- 複素インピーダンスを抵抗のように扱って解析を単純化
- 複素インピーダンスの実部と虚部で性質（抵抗性・誘導性・容量性）を把握

本日学ぶこと

今回から「角周波数の変化」も扱います

- ① 角周波数を変えた場合フェーザ図はどうか。
- ② 交流回路でおこる共振とは何か。何が起きているか。
- ③ 交流回路では電力はどうなっているか。どう表現されるか。

これまでの知識を使って解析します

定義が多いですが交流ならではの面白い特性が出てきます

※今回の資料の入手方法は講義後に紹介しますので、重要ポイントの把握に努めてください

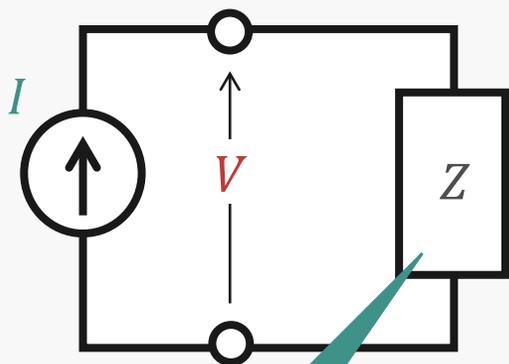
※講義中に練習問題を実施しますので、筆記用具と紙の準備をお願いします

おさらい

複素電流・電圧・インピーダンスを複素平面に 図示すると回路の特性が把握しやすくなる

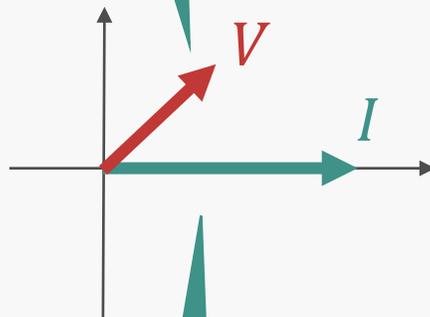
複素インピーダンスは
絶対位置が大事

$$V = ZI$$

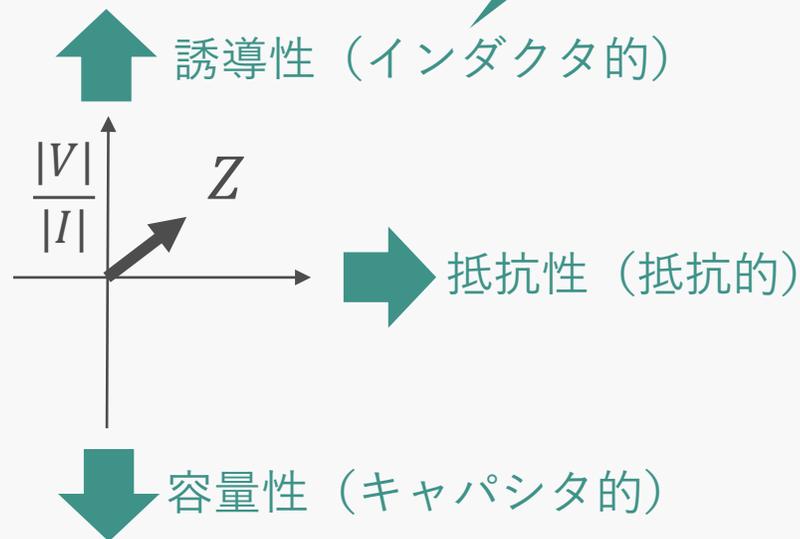


複数素子でも
複素インピーダンスで
まとめて表現できる

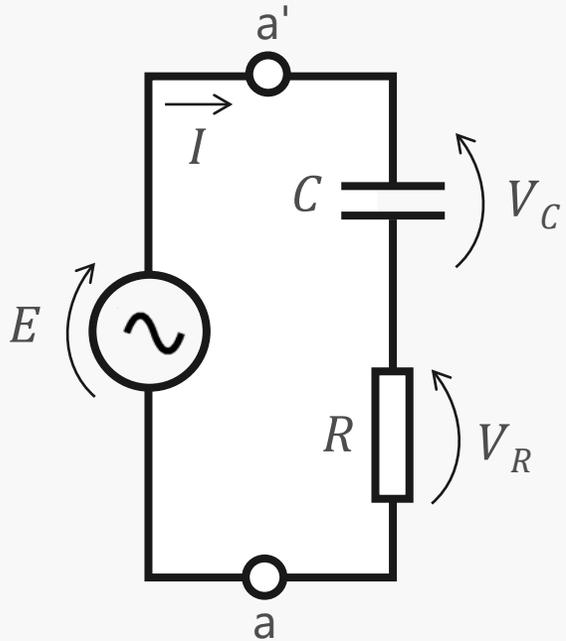
位相のずれが
一目両全



複素電圧・電流は
相対位置関係が大事

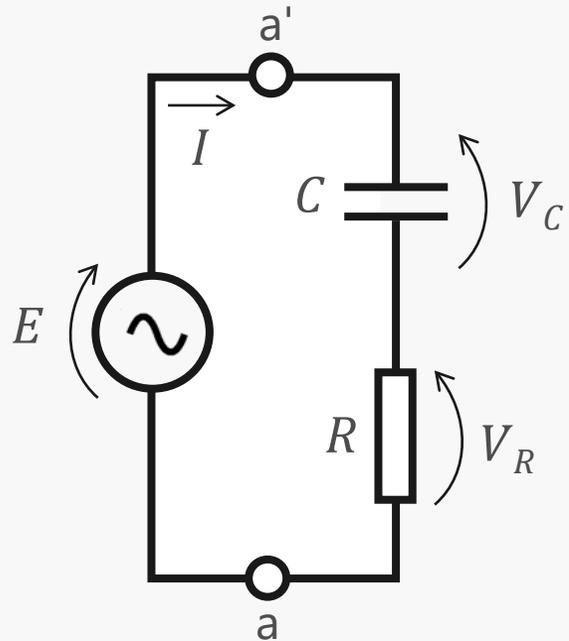


次に示す回路の電圧 E , V_C , V_R , 電流 I , 及び端子対 a - a' から右をみた複素インピーダンス Z のフェーザを図示せよ。ただし, $E = 3$, $R = \sqrt{3}$, $\omega C = 1$ とする。



$$V = RI$$
$$V = \frac{1}{j\omega C} I$$
$$V = j\omega LI$$

次に示す回路の電圧 E , V_C , V_R , 電流 I , 及び端子対 a - a' から右をみた複素インピーダンス Z のフェーザを図示せよ. ただし, $E = 3$, $R = \sqrt{3}$, $\omega C = 1$ とする.



j で割るのは $-j$ を掛けるのと同じ

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} = \sqrt{3} + \frac{1}{j} = \sqrt{3} - j$$

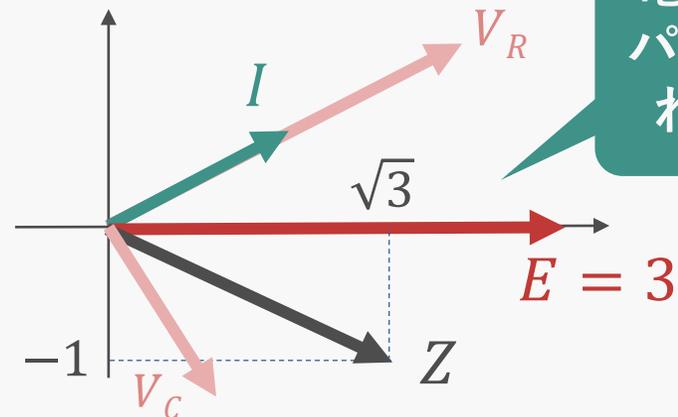
分母が複素数の場合は共役複素数を分母分子に掛けるとよい

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{3}{\sqrt{3} - j} = \frac{3(\sqrt{3} + j)}{(\sqrt{3} - j)(\sqrt{3} + j)} = \frac{3\sqrt{3}}{4} + j\frac{3}{4}$$

$$V_R = RI = \frac{9}{4} + j\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I = \frac{3}{4} - j\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

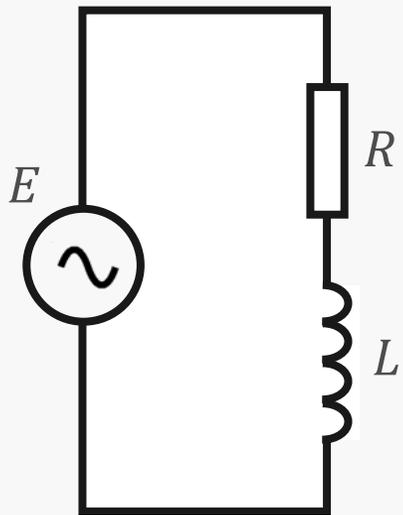
電源の ω や C などパラメータを変えれば当然変わる



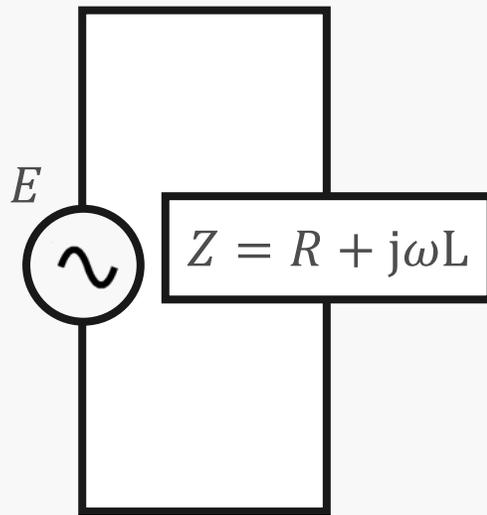
回路設計のために重要な解析の知識

回路のパラメータを変えた際のフェーザが描く軌跡
 (フェーザ軌跡) をみれば設計の方針が立てられる

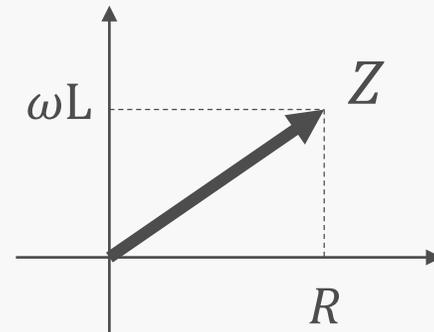
抵抗とインダクタの直列回路



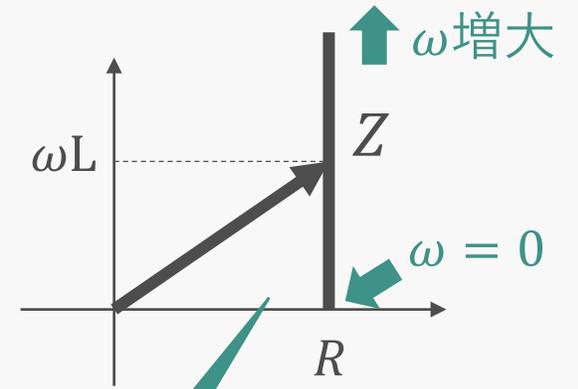
…の複素インピーダンス



…のフェーザ

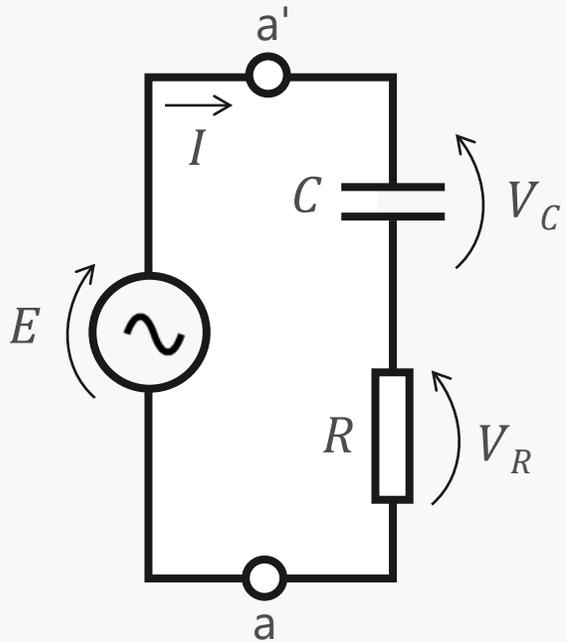


…の ω を変えたときの軌跡



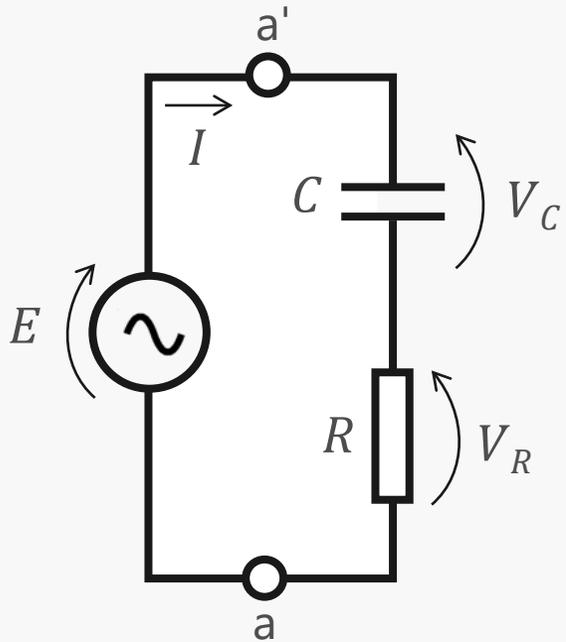
誘導性を高めたいときは ω を増大させればよい！と分かる

次に示す回路において角周波数 ω が変化するとき、 V_R のフェーザ軌跡はどのようなになるか図示せよ。



$$V = RI$$
$$V = \frac{1}{j\omega C} I$$
$$V = j\omega L I$$

次に示す回路において角周波数 ω が変化するとき、 V_R のフェーザ軌跡はどのようなになるか図示せよ。



$$V_R = RI = \frac{RE}{Z} = \frac{RE}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{RE \left(R + j\frac{1}{\omega C} \right)}{\left(R - j\frac{1}{\omega C} \right) \left(R + j\frac{1}{\omega C} \right)}$$

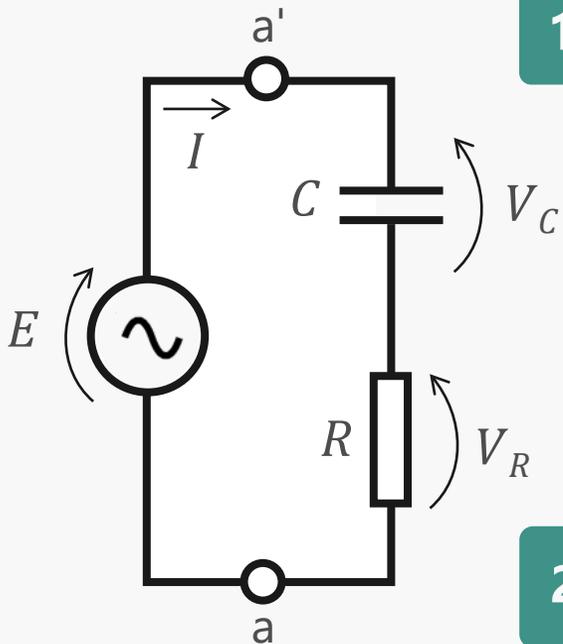
$$= \frac{R^2 E + j\frac{RE}{\omega C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{R^2 E}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} + j\frac{\frac{RE}{\omega C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

実部と虚部の関係は分かったが、解析的に軌跡の式を求めるのは大変！

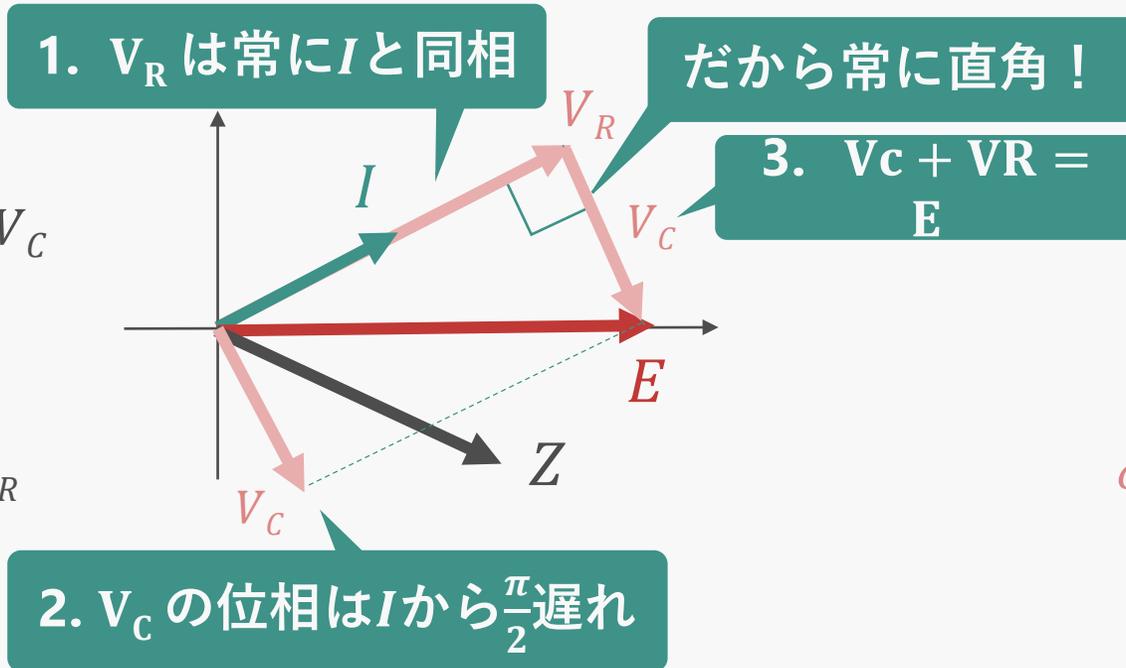
解析を楽にする方法

フェーザ図でフェーザの関係を幾何学的に掴めば
フェーザ軌跡の把握が楽になる

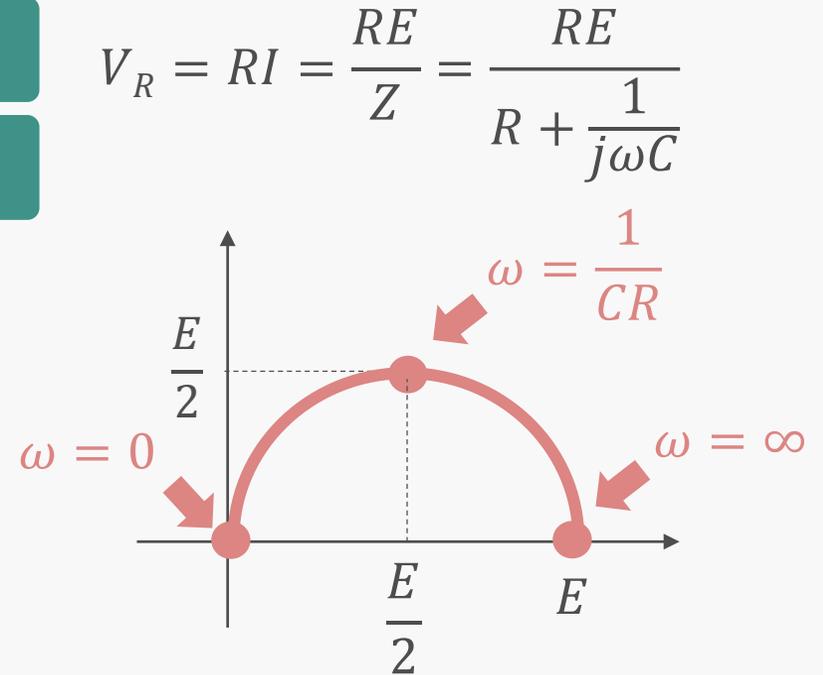
練習問題 1 と 2 の回路



練習問題 1 で求めたフェーザ図



フェーザ軌跡 (練習問題 2 の解答)

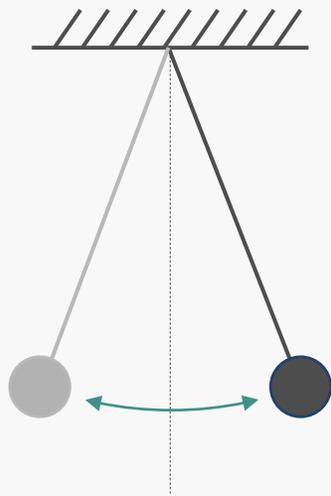


定義

固有振動と同じ周波数の強制振動が入力されたときに振動の振幅が顕著に大きくなる現象

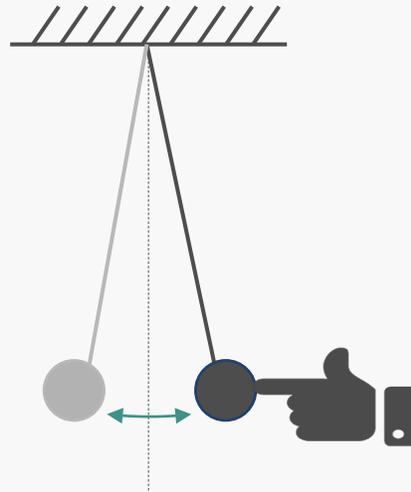
固有振動

勝手に振動している状態



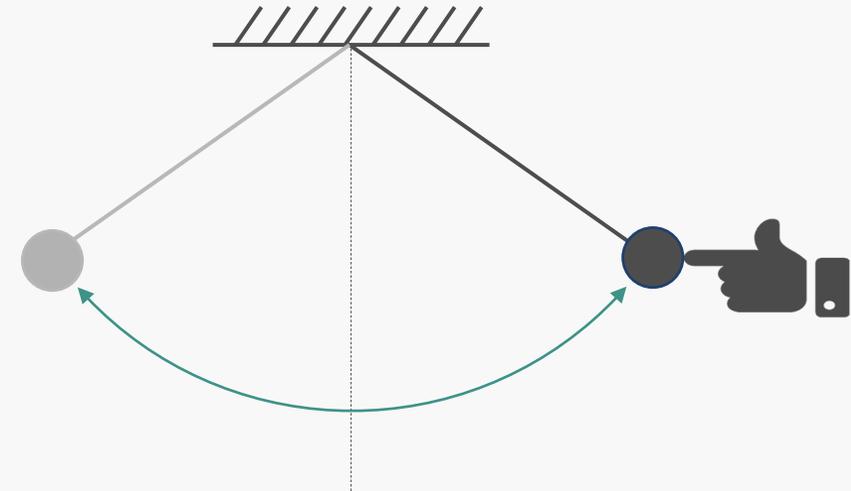
固有振動+周波数の異なる強制振動

打ち消し合って振幅は小さくなる



固有振動+周波数の同じ強制振動

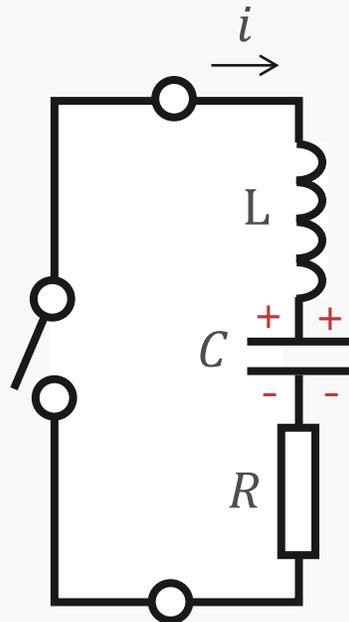
振幅は大きくなる（共振）



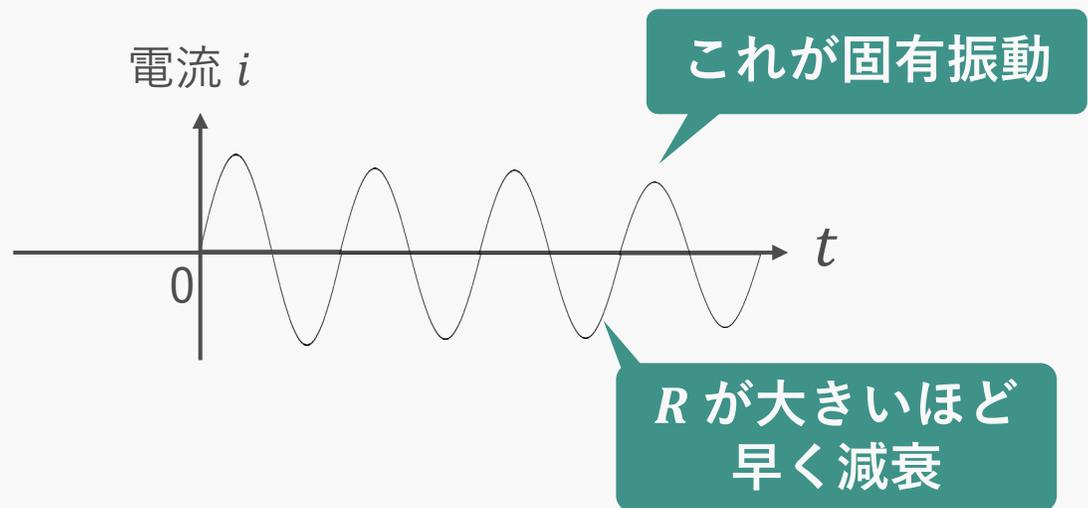
知識：高校でも振動回路として習います

インダクタとキャパシタを含む交流回路では 両者の作用で電圧・電流が（勝手に）振動する

キャパシタが充電されている
状態でスイッチを閉じると…



キャパシタの放充電と
インダクタの自己誘導の作用で
電荷が周期的に移動（振動）

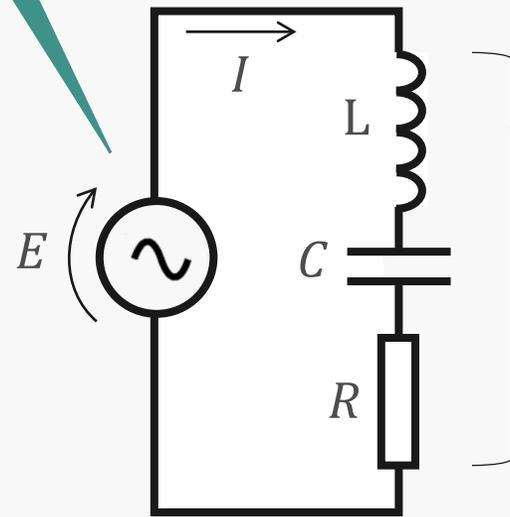


共振角周波数と呼ばれます

どんなときに共振が起こるのか

RLC回路の複素インピーダンスの虚部が0になる角周波数のとき、電流振幅が最大となる電流共振が発生

電源が強制振動に相当



$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

これが0になる $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ のとき共振

※RLCが並列の場合も同じ

理由：このとき実効値が最大になるから

$$I = \frac{E}{R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} \text{ なので,}$$

$$|I| = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

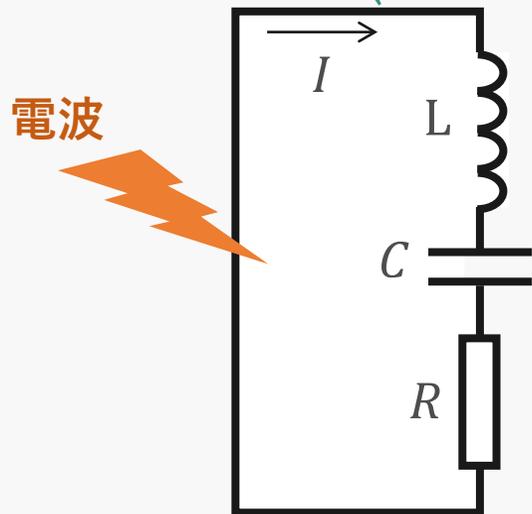
これが0のとき実効値最大

知識

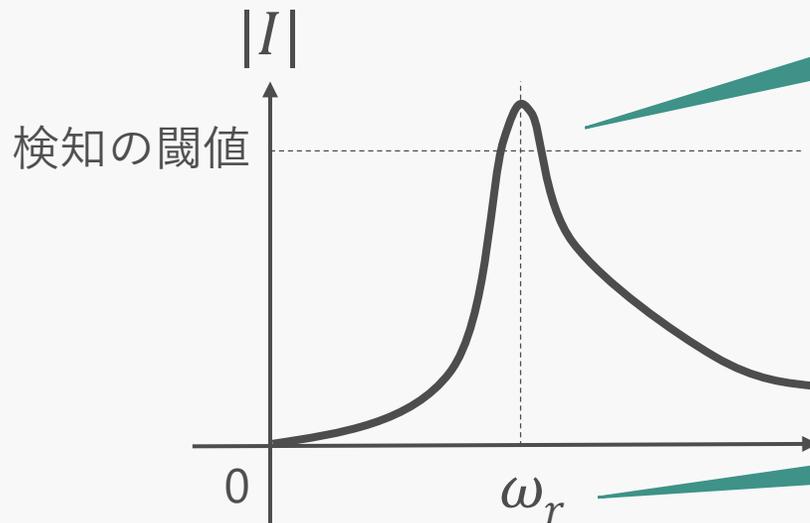
強制振動の電源の一つ

共振を利用すれば，特定の周波数の電波が回路に届いたことを検知するアンテナが作れる

ここの電流を監視



強制振動の ω と実効値の関係（共振曲線）



計測した電流の実効値が閾値を超えたかどうかで電波の有無を判別できる

検知したい周波数に設定しておく

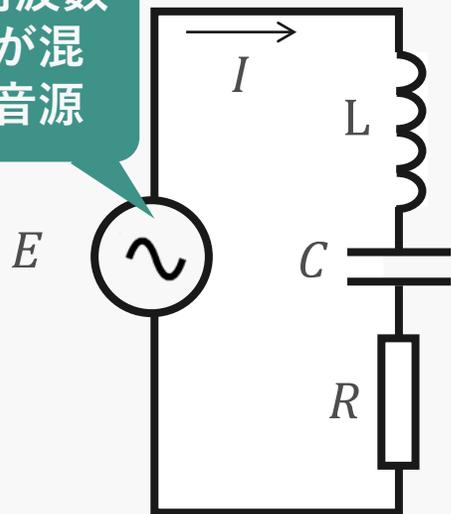
知識

マイクで拾えば強制振動の電源に

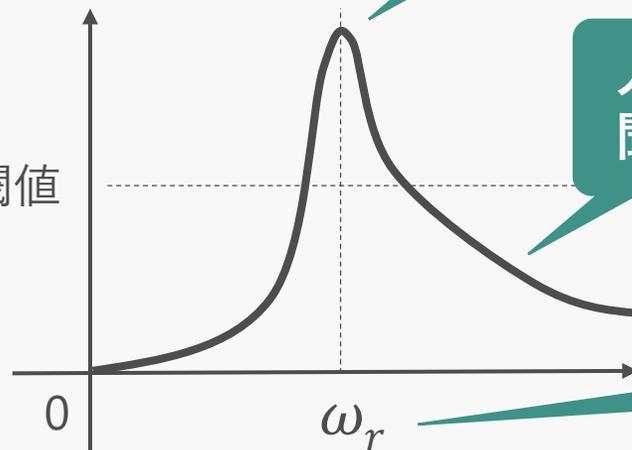
共振を利用すれば，特定の周波数以外の音をノイズとして除去することができる

この電流を使って再生

様々な周波数の波形が混ざった音源



聴覚閾値



人の声ははっきり聞こえる

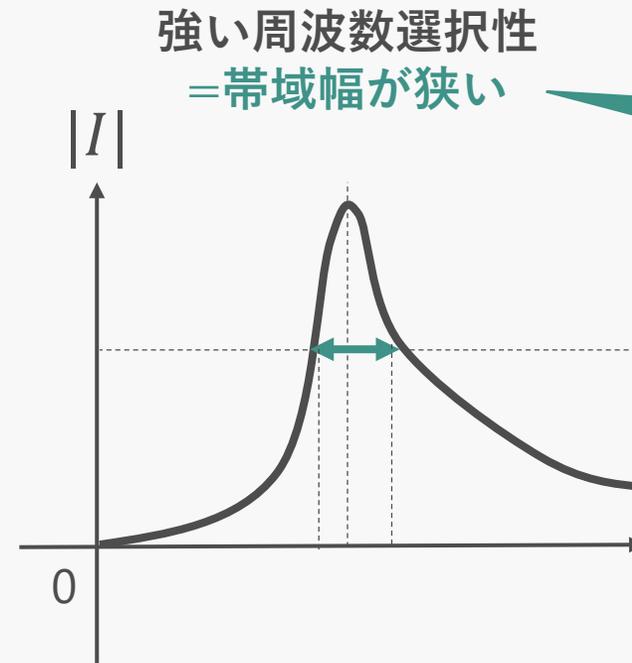
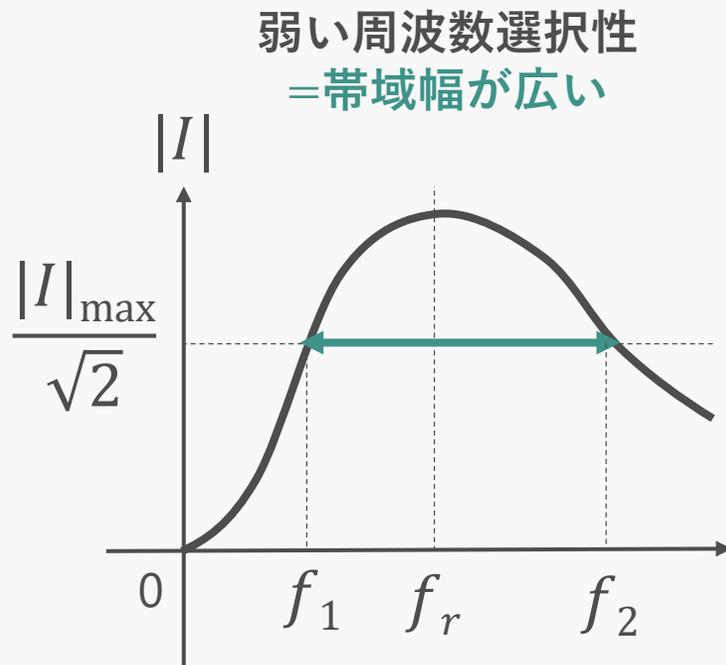
人の声以外の音は聞こえにくくなる

人の声の周波数に設定

定義

通常Hzに換算した値を指します

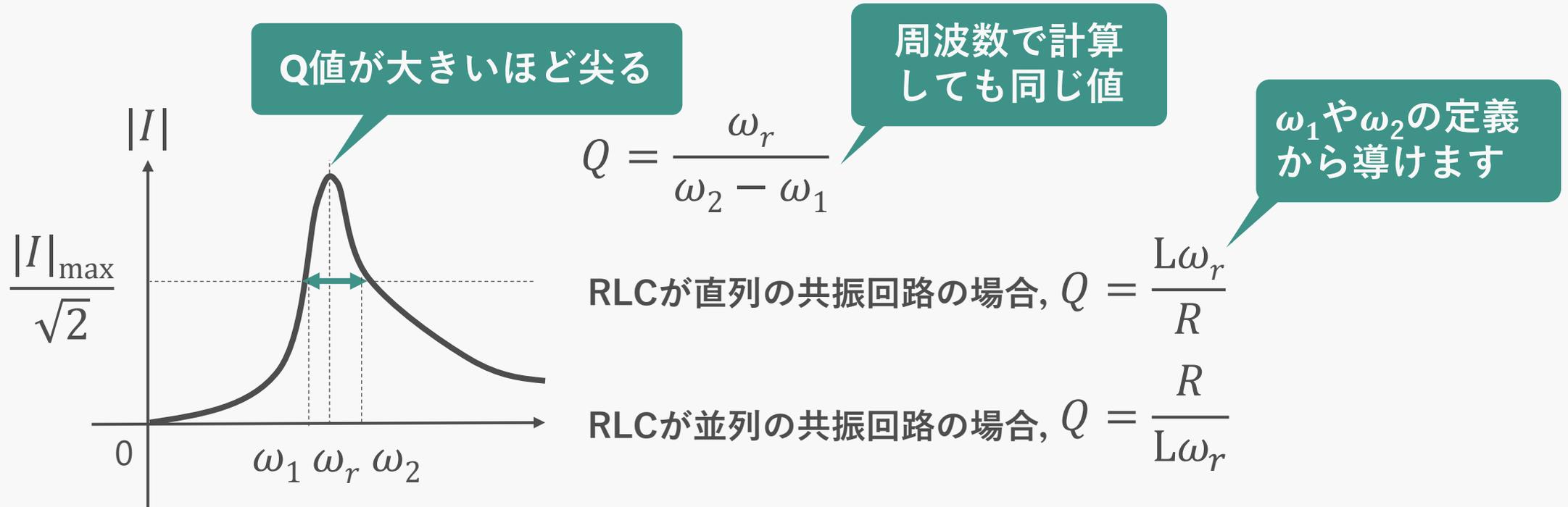
電流実効値が最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ になる2つの周波数を遮断周波数と呼び、その差を帯域幅と呼ぶ。



大抵の場合こちらが高性能で嬉しいが、高価

知識

共振曲線の尖り具合は「尖鋭度Q値」としても表現される

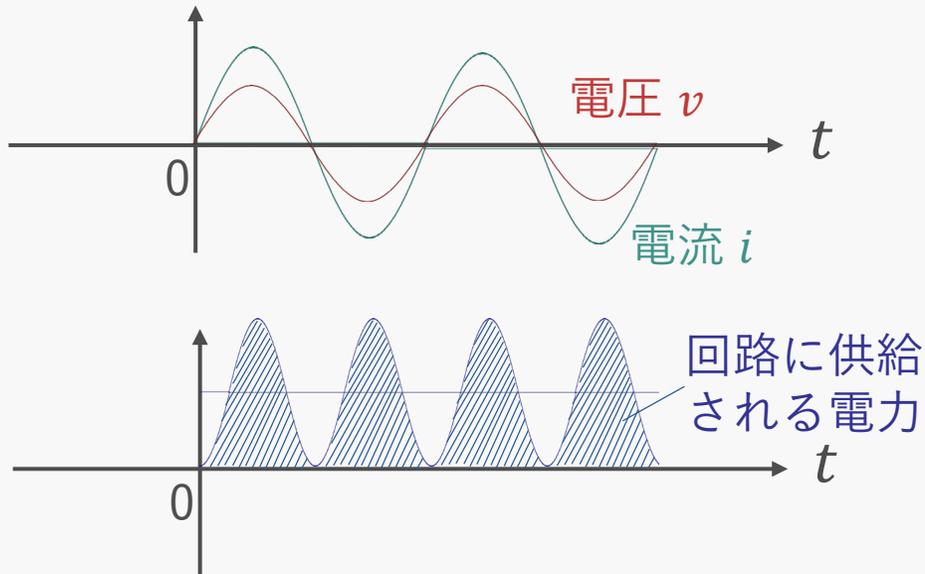


把握しておくべき特徴

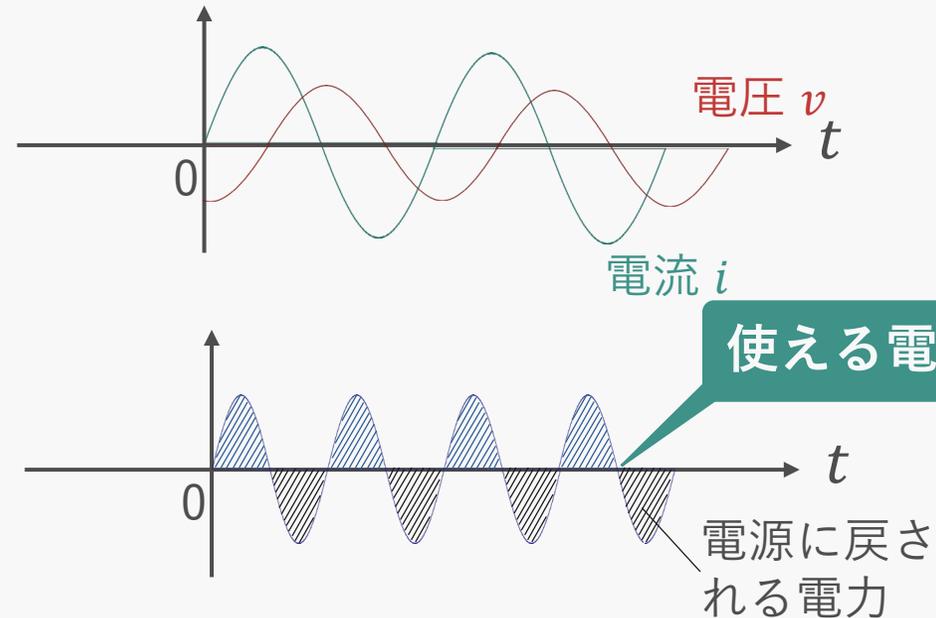
交流回路においては電圧と電流の位相差に応じて回路に供給される電力が減る

位相差が φ のとき
 $|V||I| \cos \varphi$ になります

位相差が小さい場合



位相差が $\frac{\pi}{2}$ の場合



使える電力は差し引き0!

電源に戻される電力

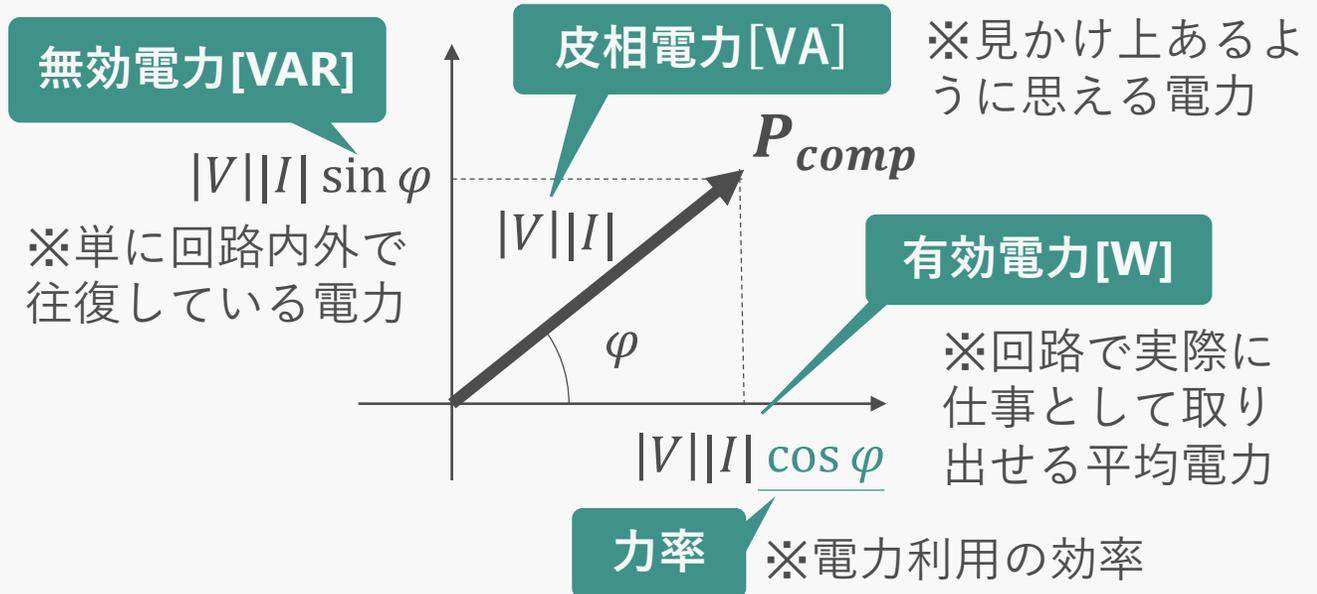
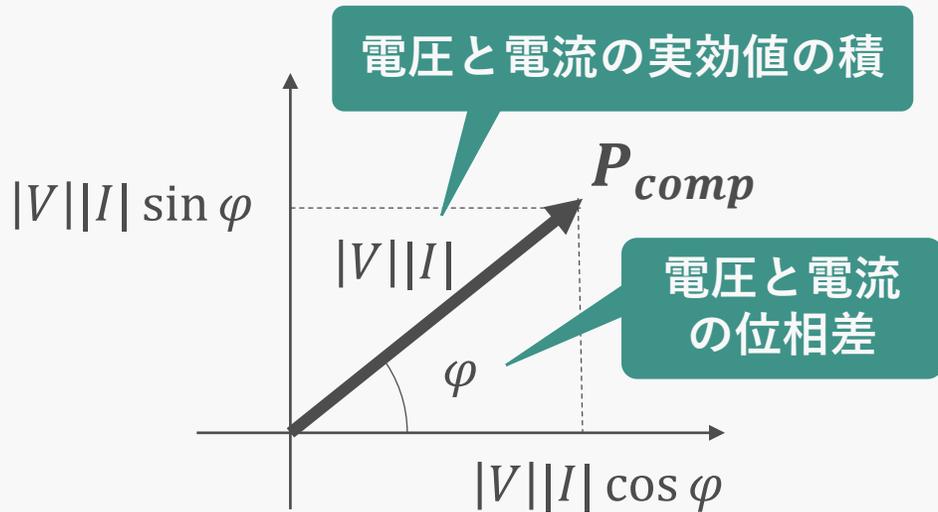
定義

虚部の正負を逆に
した共役複素数

交流回路における複素電力は $P_{comp} = \bar{V}I$ とする

上記のように定義すると
複素電力の実部と虚部はこうなってくれる

そうすると実部や虚部などの値が
意味のある値になるので嬉しい



本日学んでももらったこと

① 角周波数を変えた場合フェーザ図はどうか。

- フェーザの先端が動いて何らかの軌跡を描く (フェーザ軌跡)

② 交流回路でおこる共振とは何か。何が起きているか。

- 複素電源によって振動回路の電流振幅が顕著に増大すること
- 複素電源の振動数と振動回路の固有振動数が (ほぼ) 一致している
- 回路の複素インピーダンスの虚部が0になり電流実効値が最大になっている

③ 交流回路では電力はどうなっているか。どう表現されるか。

- 電流と電圧の位相がずれるので、位相差に応じた電力効率低下が起きる
- 電圧の共役複素数と電流の積が複素電力
- 複素電力の実部が有効電力で、虚部が無効電力