20190613　大阪大学工学部講義　１組木曜１限

# 電気電子工学I

石原尚
知能・機能創成工学専攻　講師（アンドロイド工学）

# 5/16, 23, 30, 6/6, 13の５回で交流回路を学びます

- 2　交流回路
  - 交流回路解析に必要な基礎知識（5/16）
    - 2.1　正弦波電圧・電流
    - 2.2　正弦波電圧・電流の複素数表示
  - 直流回路解析と類似した交流回路の基礎解析（5/23）
    - 2.3　交流回路の複素数領域における解析法
    - 2.4　簡単な回路の正弦波定常解析
    - 2.5　複素インピーダンスと複素アドミタンス
  - 交流回路ならではの特性の解析（5/30）
    - 2.6　フェーザ図
    - 2.7　共振回路
    - 2.8　交流回路における電力
- 3　回路の諸定理
  - 交流回路の解析を簡単にする定理（6/6）
    - 3.1　回路の基本的性質
    - 3.2　重ね合わせの理
    - 3.3　テブナン等価回路とノートン等価回路
  - **定理の応用例（6/13）**
    - **3.6　ブリッジ回路**
    - **3.7　整合**
    - **3.8　電力と重ね合わせの理**

# 前回学んでもらったこと

① **これまでに扱ってきた交流回路の性質と解析法のおさらい．**
**電圧・電流の振動状態を複素数領域で計算**後，**時間領域に戻す**

② **複数の電源がある場合の解析はどうすればよいか．**
**電源毎にわけて解析してもよいという「重ね合わせの理」を活用**する．
（１）各電源毎に，他の電圧源を短絡除去・電流源を開放除去して解析
（２）各素子ごとに電圧あるいは電流を「時間領域で加算」する

③ **複数の電源や素子を含む回路はどこまで単純に置き換えられるか．**
直流回路と同様に，**テブナン等価回路（電圧源と複素インピーダンス素子の直列回路）**か**ノートン等価回路（電流源と複素アドミタンス素子の並列回路）**に置き換えられる

## 本日学ぶこと

以前解いた練習問題を再度解きます

① 交流回路解析の計算手順の復習.

重ね合わせの理の練習をします

② 重ね合わせの理を用いた解析において電力の計算はどうなるか.

③ ブリッジ回路とはどんな回路か．なぜ便利なのか.

交流回路の応用例の紹介です

④ 整合とはどのような状態か．なぜその状態が望ましいのか.

交流回路を使いこなす手法の紹介です

※今回の資料の入手方法は講義後に紹介しますので，重要ポイントの把握に努めてください

※講義中に練習問題を実施しますので，筆記用具と紙の準備をお願いします

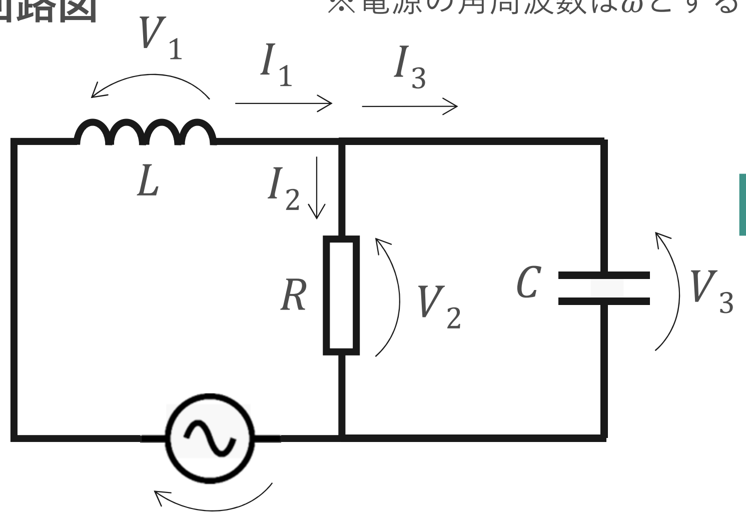
復習

# 交流回路解析の手順は 4 step

**複素数の分数が複雑になった場合は，「複素数の乗除算では，実効値は乗除算に，位相角は和差算で求まる」や「有理化による実・虚部の明確化」を利用**

**回路図**

※電源の角周波数は$\omega$とする




交流電源電圧 $E$

**平衡則・保存則**

ある閉路の右回りと左回り電圧の総和は等しい

$$E = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_3$$

ある節点の流入電流と流出電流の総和は等しい

$$I_1 = I_2 + I_3$$

**素子の特性式**

抵抗

$$V_2 = \mathrm{R}I_2$$

キャパシタ

$$V_3 = \frac{1}{j\omega C} I_3$$

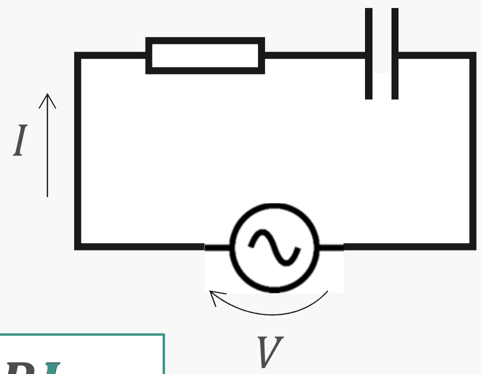
インダクタ

$$V_1 = j\omega L I_1$$

**解**

$$I_1 = ?$$
$$V_2 = ?$$

**下に示す回路に流れる電流$I$とその実効値，位相角を求めよ．ただし，電源（励振）電圧$V$の位相角は0，実効値は$|V|$とする．**

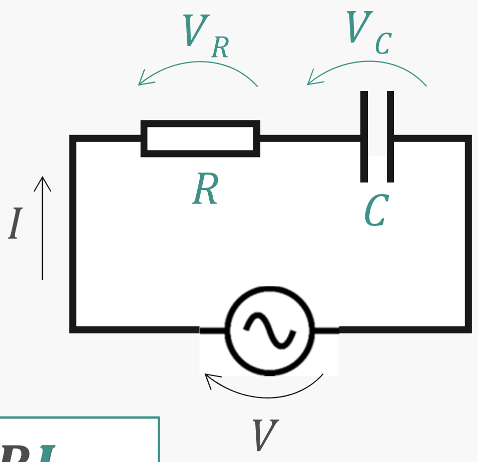



$$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$$

下に示す回路に流れる電流 $I$ とその実効値，位相角を求めよ．ただし，電源（励振）電圧 $V$ の位相角は0，実効値は $|V|$ とする．




$$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$$
$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$$
$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$$

**平衡則・保存則の立式**

$$V = VR + V_C$$
$$= RI + \frac{1}{j\omega C} I$$
$$= \frac{1 + j\omega CR}{j\omega C} I$$
$$\therefore I = \frac{j\omega C}{1 + j\omega CR} V$$

複素数の乗除算として複素電流が表現されていることに注目

**実効値の計算**

「複素数の乗除算の場合，実効値は掛け算と割り算で求まる」を適用

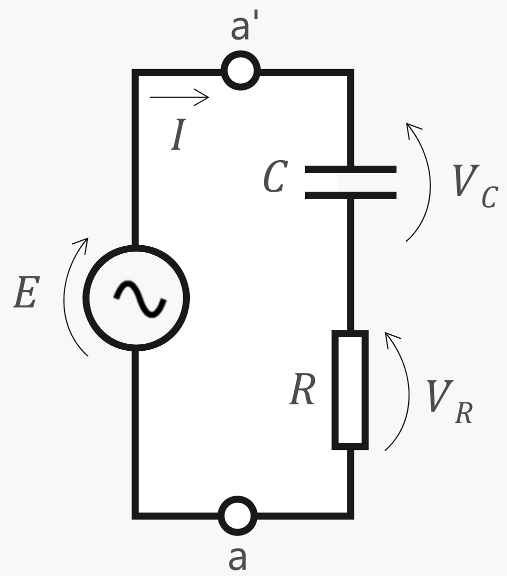
$$|I| = \frac{|j\omega C|}{|1 + j\omega CR|}|V|$$
$$= \frac{\omega C}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}|V|$$

「複素数の乗除算の場合，位相角は足し算と引き算で求まる」を適用

**位相角の計算**

$$\angle I = \angle(j\omega C) + \angle V - \angle(1 + j\omega CR)$$
$$= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(\omega CR)$$

**次に示す回路の電圧E， $V_c$， $V_R$，電流$I$，及び端子対a-a'から右をみた複素インピーダンス$Z$を求め，それらのフェーザを図示せよ．ただし，$E = 3$， $R = \sqrt{3}$， $\omega C = 1$とする．**

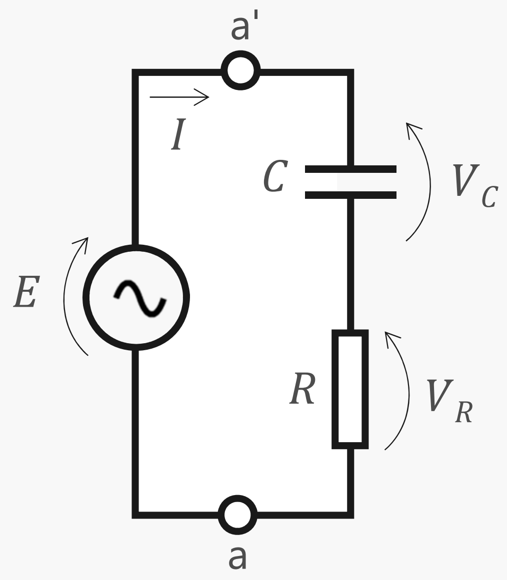



$$V = RI$$
$$V = \frac{1}{j\omega C} I$$
$$V = j\omega L I$$

**次に示す回路の電圧E，$\mathbf{V_c}$，$\mathbf{V_R}$，電流$\boldsymbol{I}$，及び端子対a-a’から右をみた複素インピーダンス$\boldsymbol{Z}$を求め，それらのフェーザを図示せよ．ただし，$\boldsymbol{E = 3}$，$\boldsymbol{R = \sqrt{3}}$，$\boldsymbol{\omega C = 1}$ と**

$j$で割るのは$-j$を掛けるのと同じ

分母が複素数の場合は共役複素数を分母分子に掛けて有理化

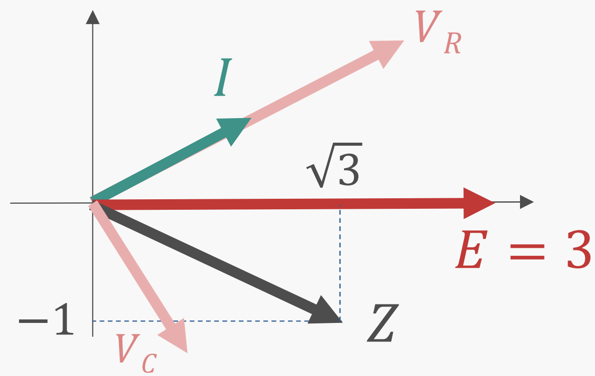



$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} = \sqrt{3} + \frac{1}{j} = \sqrt{3} - j$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{3}{\sqrt{3} - j} = \frac{3\left(\sqrt{3} + j\right)}{\left(\sqrt{3} - j\right)\left(\sqrt{3} + j\right)} = \frac{3\sqrt{3}}{4} + j\frac{3}{4}$$

$$V_R = RI = \frac{9}{4} + j\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I = \frac{3}{4} - j\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

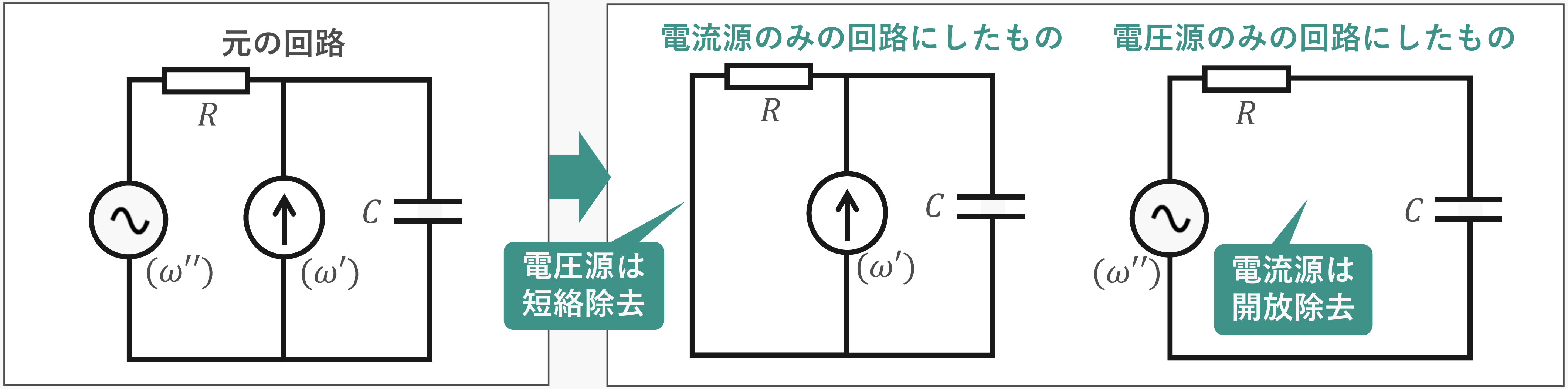


合算する前に電力も計算しておくことが必須

重ね合わせの理を利用した解析のステップ

**Step① 電源毎に他電圧源・電流源を短絡・開放除去**
Step② 上記の各回路で電圧/電流/**電力**を解析
Step③ 各部の電圧/電流/**電力**を「時間領域で」合算

Step①の例

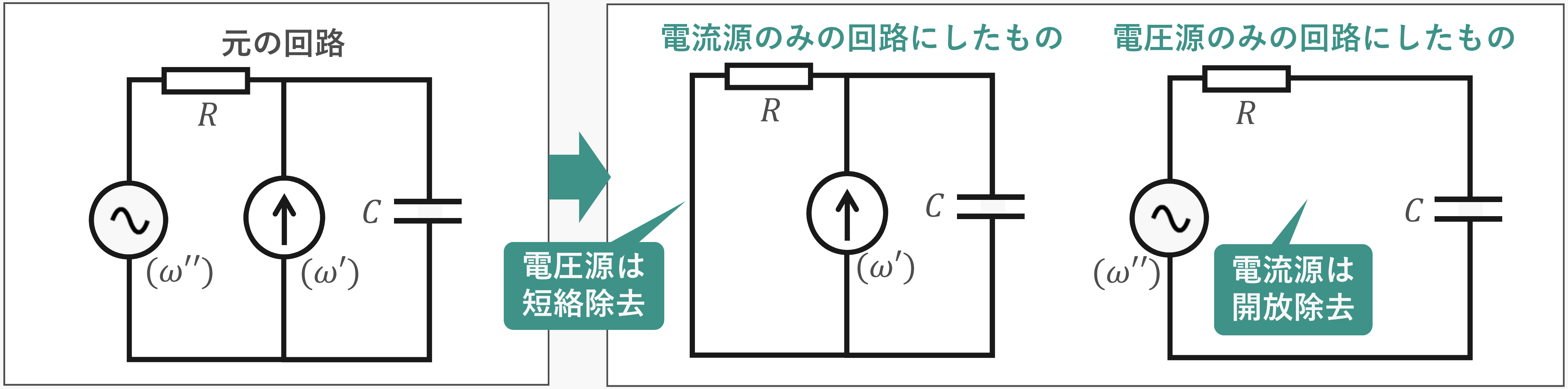


直流の重ね合わせの理と同じ

**重ね合わせの理を利用した解析のステップ**

**Step① 電源毎に他電圧源・電流源を短絡・開放除去**
Step② 上記の各回路で電圧/電流/電力を解析
Step③ 各部の電圧/電流/電力を「時間領域で」合算

Step①の例



**重ね合わせの理を利用した解析のステップ**

Step① 電源毎に他電圧源・電流源を短絡・開放除去

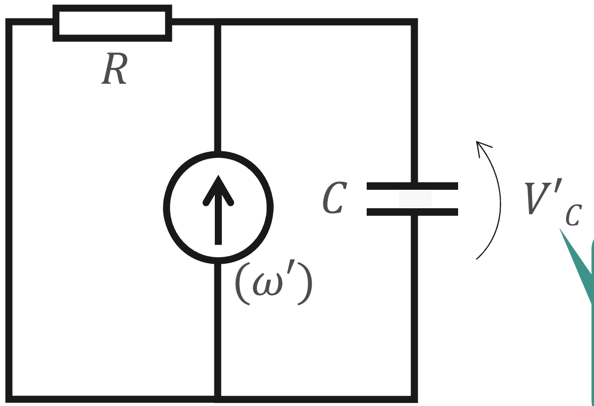
**Step② 上記の各回路で電圧/電流/電力を解析**

Step③ 各部の電圧/電流/電力を「時間領域で」合算

これまでに習ってきた方法で解析

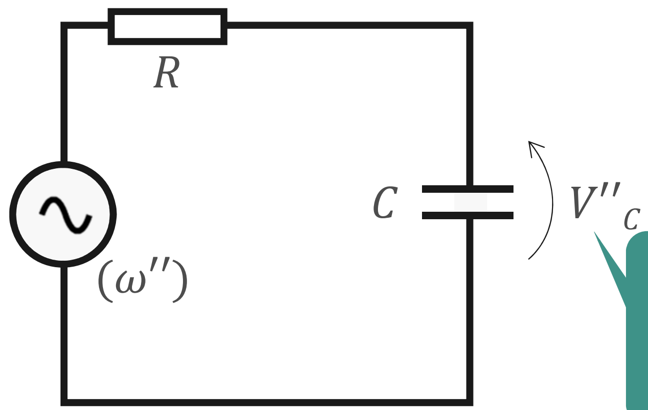
**Step②の例**

電流源のみの回路にしたもの




ここの電圧・電流で電力を計算

電圧源のみの回路にしたもの




ここの電圧・電流で電力を計算

# 復習：複数の電源がある場合の解析　①重ね合わせの理を用いた解析の流れ 

**重ね合わせの理を利用した解析のステップ**

Step① 電源毎に他電圧源・電流源を短

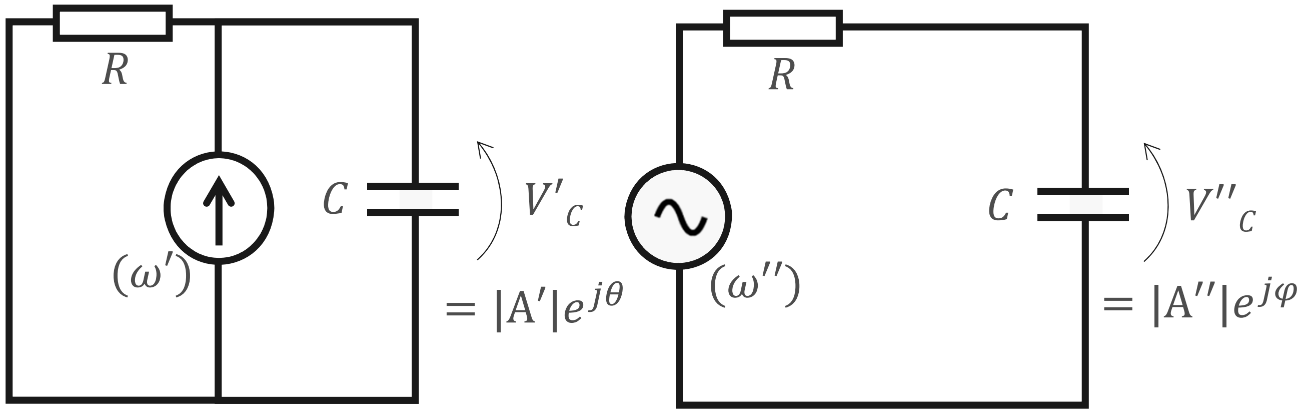
Step② 上記の各回路で電圧/電流/電力を解析

**Step③ 各部の電圧/電流/電力を「時間領域で」合算**

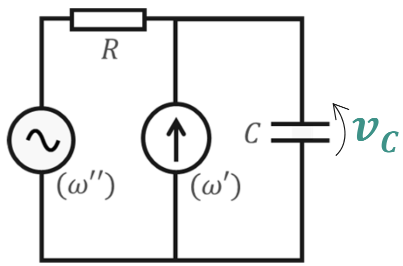
周波数が違う場合
複素数領域では合算不可

**Step③の例**

電流源のみの回路にしたもの　　電圧源のみの回路にしたもの



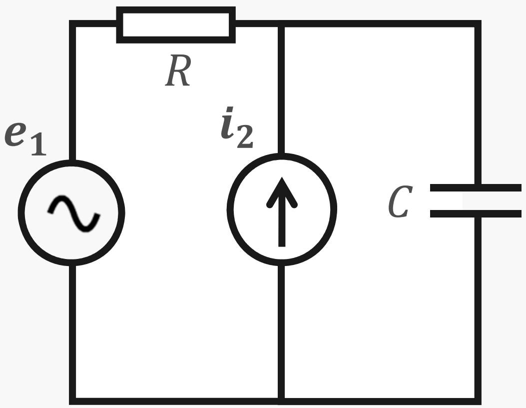

元の回路




時間領域
で合算

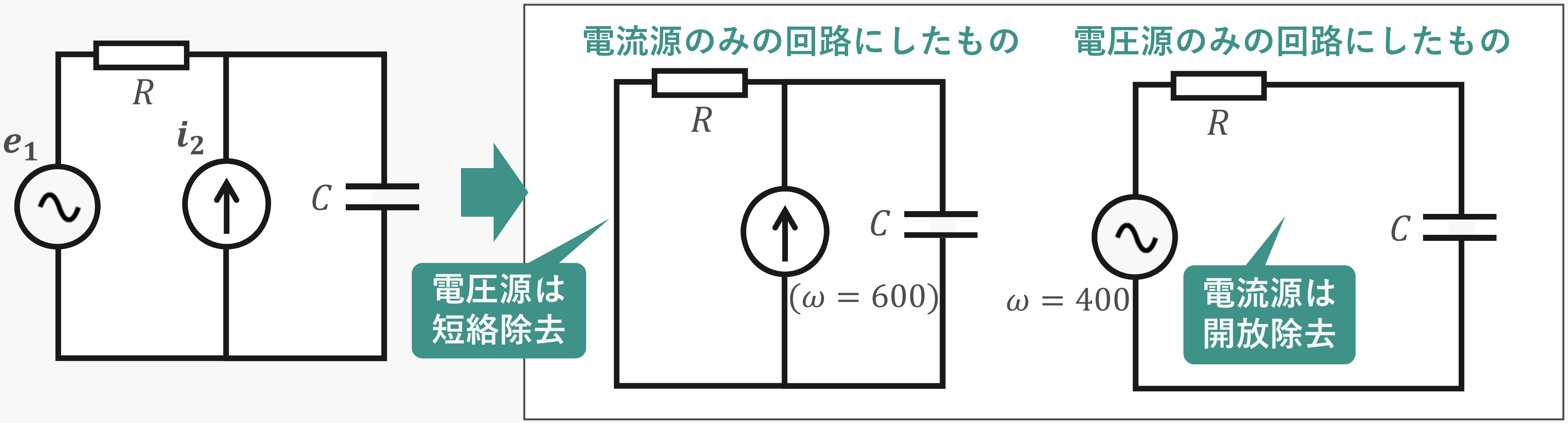
$$v_C = \sqrt{2}|A'|\sin(\omega' t + \theta) + \sqrt{2}|A''|\sin(\omega'' t + \varphi)$$

**以下の回路における抵抗Rの電圧を求めよ．ただし，**
$e_1 = 40\sqrt{2}\sin 400t$，$i_2 = 5\sqrt{2}\cos 600t$，　$\mathrm{R} = 2$，　$C = 0.001$，
**である．**




$$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$$
$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$$
$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$$

**以下の回路における抵抗Rの電圧を求めよ．ただし，**
$e_1 = 40\sqrt{2}\sin 400t$，$i_2 = 5\sqrt{2}\cos 600t$，　$\mathrm{R} = 2$，　$C = 0.001$，
**である．**




それぞれの回路で時間領域での$v_R$を求めて加算すればよい．
※ただし，正負の向きを合わせて加算！

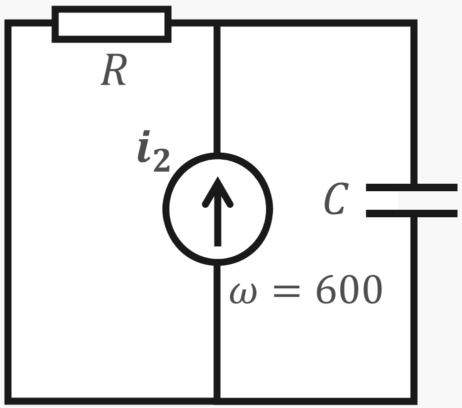
**以下の回路における抵抗Rの電圧を求めよ．ただし，**
$e_1 = 40\sqrt{2}\sin 400t,\ \ i_2 = 5\sqrt{2}\cos 600t,\ \ \mathrm{R} = 2,\ \ C = 0.001,$
**である．**

$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{RI}$

$\boldsymbol{V} = \dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{j\omega C}}\boldsymbol{I}$

$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{j\omega LI}$

**電流源のみの回路にしたもの**

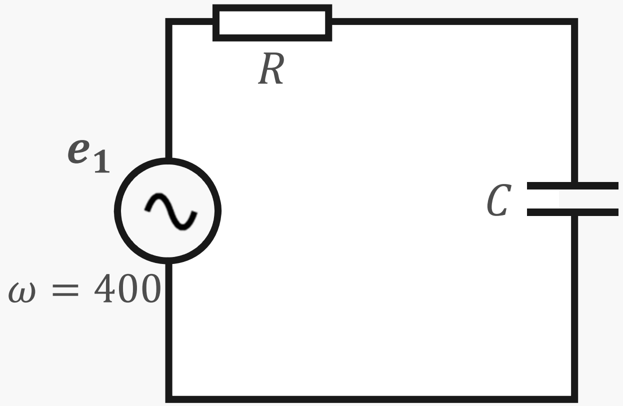



電源の複素数表示は$I_2 = j5$

回路の複素インピーダンスは$\dfrac{1}{\frac{1}{R}+j\omega C} = \dfrac{1}{0.5+j0.6}$

よって抵抗Rの電圧は$V_{R2} = \dfrac{j5}{0.5+j0.6}$

**電圧源のみの回路にしたもの**




電源の複素数表示は$E_1 = 40$

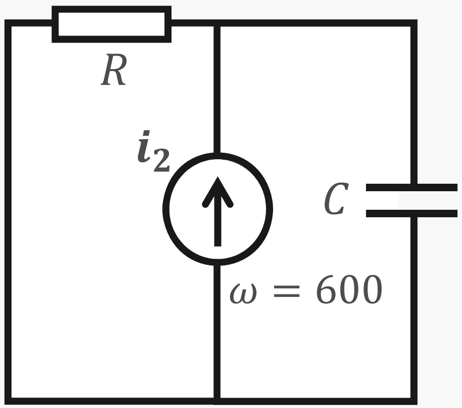
回路の複素インピーダンスは$\mathrm{R} + \dfrac{1}{j\omega C} = 2 - j2.5$

抵抗Rの電流は$I_{R1} = \dfrac{40}{2-j2.5}$

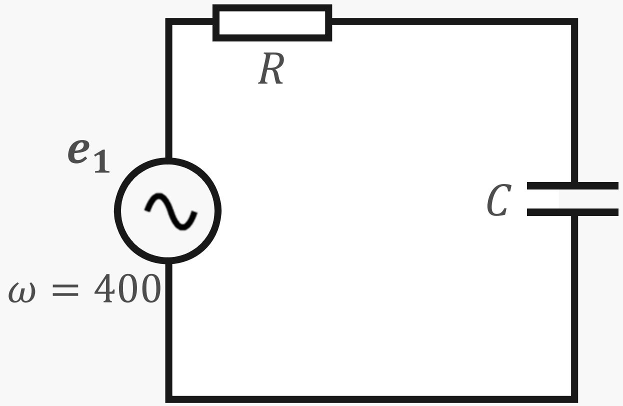
よって抵抗Rの電圧は$V_{R1} = RI_{R1} = \dfrac{80}{2-j2.5}$

**以下の回路における抵抗Rの電圧を求めよ．ただし，**
$e_1 = 40\sqrt{2}\sin 400t,\ \ i_2 = 5\sqrt{2}\cos 600t,\ \ \mathrm{R} = 2,\ \ C = 0.001,$
**である．**

**電流源のみの回路にしたもの**




**電圧源のみの回路にしたもの**




抵抗Rの電圧が$V_{R2} = \frac{j5}{0.5+j0.6}$のとき，

時間関数は$v_{R2} = \sqrt{2}\frac{5}{\sqrt{0.5^2+0.6^2}}\cos(600t - \tan^{-1}\frac{0.6}{0.5})$

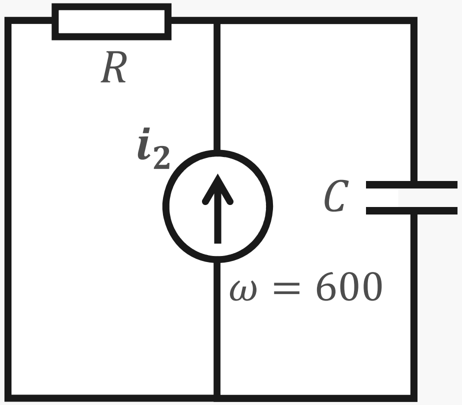
抵抗Rの電圧が$V_{R1} = RI_{R1} = \frac{80}{2-j2.5}$のとき，

$v_{R1} = \sqrt{2}\frac{80}{\sqrt{2^2 + 2.5^2}}\sin(400t - \tan^{-1}\frac{2.5}{2})$

**正負の向きは逆なのでそのまま加算してはいけない！**

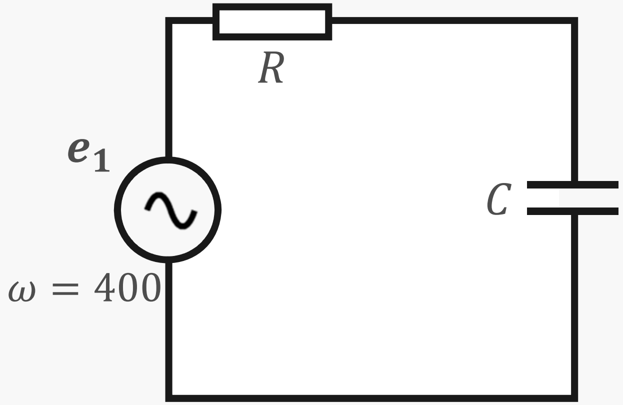
**以下の回路における抵抗Rの電圧を求めよ．ただし，**
$e_1 = 40\sqrt{2}\sin 400t,\quad i_2 = 5\sqrt{2}\cos 600t,\quad \mathrm{R} = 2,\quad C = 0.001,$
**である．**

**電流源のみの回路にしたもの**




$$v_{R2} = \sqrt{2}\frac{5}{\sqrt{0.5^2 + 0.6^2}}\cos(600t - \tan^{-1}\frac{0.6}{0.5})$$

**電圧源のみの回路にしたもの**



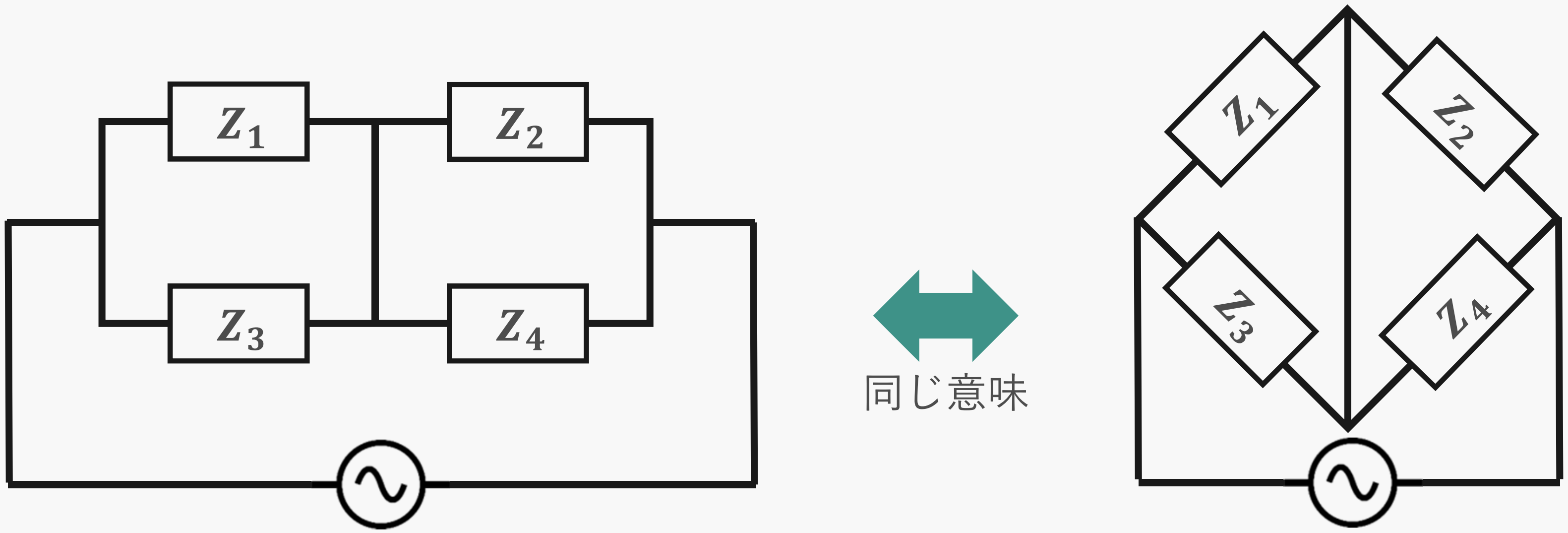

$$v_{R1} = \sqrt{2}\frac{80}{\sqrt{2^2 + 2.5^2}}\sin(400t - \tan^{-1}\frac{2.5}{2})$$

**両回路における抵抗の電圧の正負の向きが逆であることを考慮して，**

$v_R = v_{R1} - v_{R2}$ **として求まる．**

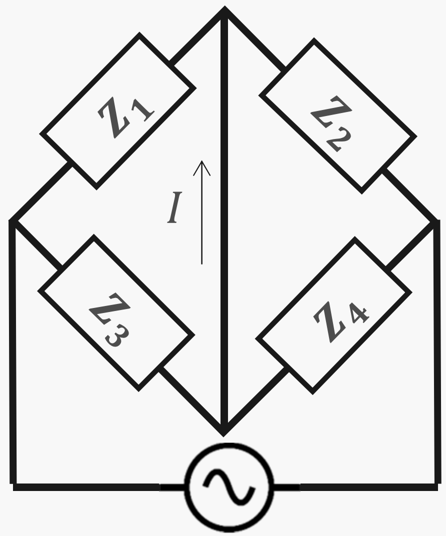
知識

**4つの複素インピーダンス素子が互いに橋渡しされるように結合された回路のことをブリッジ回路と呼ぶ**



知識

**各複素インピーダンスあるいは電源の周波数を変えると，中央の橋部分の電圧・電流が0になる場合があり，これを「ブリッジ回路の平衡」と呼ぶ．**



## なぜブリッジ回路の平衡は重要なのか

**「ブリッジ回路の平衡」を利用すれば，未知の回路の複素インピーダンスを調べることができる．**

平衡状態となるのは，

$\frac{Z_2 E}{Z_1+Z_2} = \frac{Z_4 E}{Z_3+Z_4}$が成立するとき，

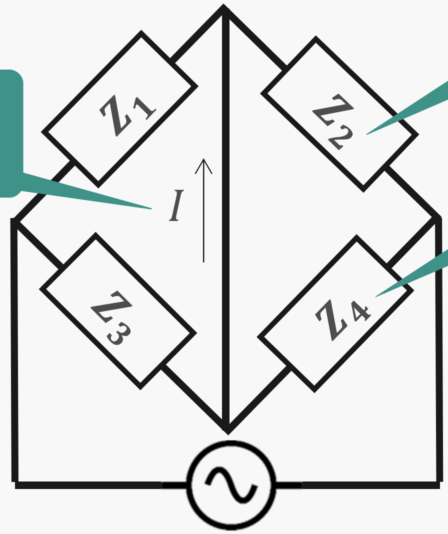
すなわち，$\boldsymbol{Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3}$のときである．

平衡条件

対角の積が等しい

なので，平衡状態になったときに
４つのインピーダンスのうち３つが
既知であれば，残り１つは計算で求まる．

電流計などで測る




例えばここに未知の回路を挟んで調べる

$Z_2$以外は複素インピーダンスを調整できるように設計する

モータやスピーカなど，電力を消費して仕事をする回路を負荷と呼ぶ

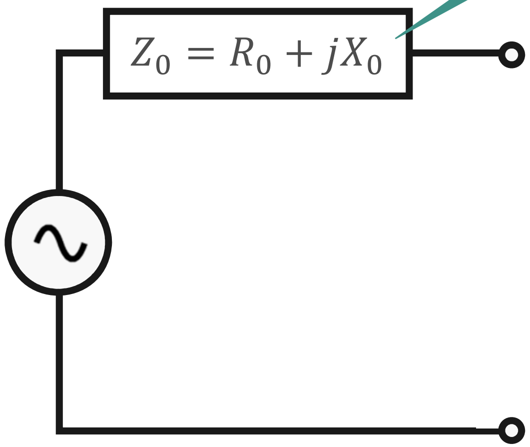
虚部の正負のみ逆

定義と知識

**電源側と負荷側の複素インピーダンスが互いに共役になっているとき，「電源側に負荷が整合している」といい，このとき負荷側で得られる電力が最大になる．**

様々な素子から構成される電源装置のテブナン等価

内部インピーダンスと呼ばれ，現実の電源には必ず存在

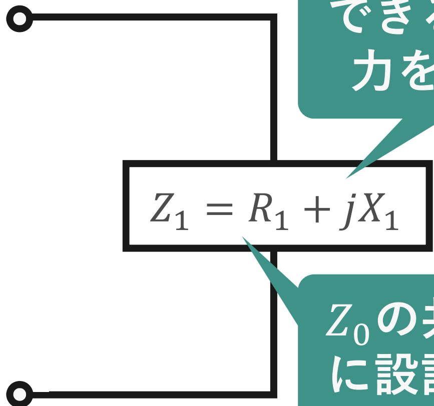



負荷に電源を与えて利用する

＋

様々な素子から構成される負荷の複素インピーダンス

できるだけ多くの電力を取り出したい



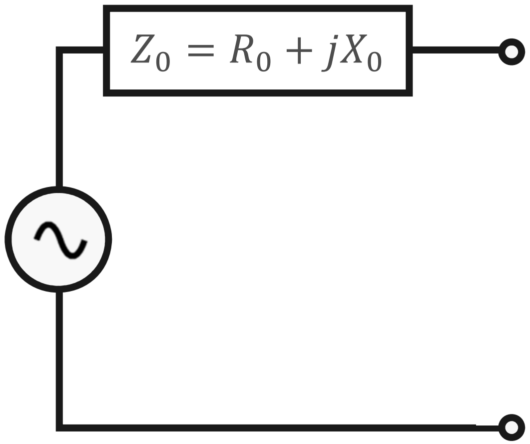

$Z_0$の共役になるように設計すればよい！

位相差が$\varphi$のとき$|V||I|\cos\varphi$になることを習いました

おさらい

**交流回路では，電圧と電流の位相差に応じた電力の損失が発生する＝同相にすることができれば最大電力を取り出せる**

様々な素子から構成される電源装置のテブナン等価



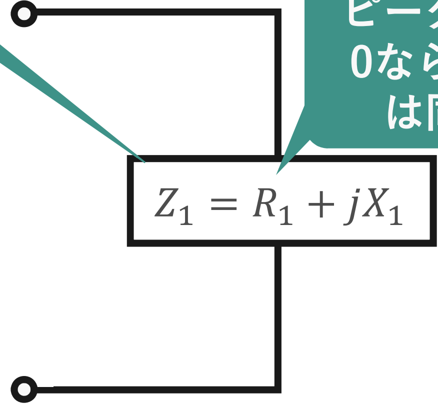

$Z_0$の共役になっていれば，回路全体の複素インピーダンスの虚部が0になる

負荷に電源を与えて利用する

＋

様々な素子から構成される負荷の複素インピーダンス

回路全体の複素インピーダンスの虚部が0なら，電圧と電流は同相になる！



# 本日学んだこと

① **交流回路解析の計算手順の復習.**

② **重ね合わせの理を用いた解析において電力の計算はどうなるか.**
周波数の異なる回路毎に電力を計算してから合計する

③ **ブリッジ回路とはどんな回路か．なぜ便利なのか.**
４つの複素インピーダンス素子が互いに橋渡しになるように連結された回路
未知の回路の複素インピーダンスを調べるのに使えるから

④ **整合とはどのような状態か．なぜその状態が望ましいのか.**
電源側と負荷側の複素インピーダンスが互いに共役になった状態
負荷側で取り出せる電力が最大になるから