電気電子工学I

石原尚
機械工学専攻　講師（アンドロイド工学）

5/20, 27, 6/3, 11, 17の５回で交流回路を学びます

- 2　交流回路
  - 交流回路解析に必要な基礎知識（5/20）
    - 2.1　正弦波電圧・電流
    - 2.2　正弦波電圧・電流の複素数表示
  - **直流回路解析と類似した交流回路の基礎解析（5/27）**
    - **2.3　交流回路の複素数領域における解析法**
    - **2.4　簡単な回路の正弦波定常解析**
    - **2.5　複素インピーダンスと複素アドミタンス**
  - 交流回路ならではの特性の解析（6/3）
    - 2.6　フェーザ図
    - 2.7　共振回路
    - 2.8　交流回路における電力
- 3　回路の諸定理
  - 交流回路の解析を簡単にする定理（6/11）
    - 3.1　回路の基本的性質
    - 3.2　重ね合わせの理
    - 3.3　テブナン等価回路とノートン等価回路
  - 定理の応用例（6/17）
    - 3.6　ブリッジ回路
    - 3.7　整合
    - 3.8　電力と重ね合わせの理

前回学んでもらったこと

① **交流回路とは何か．この講義ではどのような交流回路を扱うか．**
- 正弦波形の電源を持つ，抵抗，インダクタ，キャパシタで構成される回路

② **この講義では交流回路解析の何を学ぶか．**
- 複素数の導入で解析が実現されていること
- フェーザ図を描くことで回路の状態を可視化して理解できること

③ **交流回路はどのように表現されるか．**
- 実効値と位相角の２つの特性値を持つ正弦波．もしくは複素数．

④ **交流回路の解析のためになぜ複素数がでてくるのか．**
- 微積分や乗除算などの計算が簡潔に実施できるから

本日学ぶこと

① 交流回路の解析の流れが直流回路解析と同じであること.

② 解析においてはどのような連立方程式を立てることになるか.

③ 解析を楽にする複素インピーダンスとは何か.

④ 複素インピーダンスを使った場合の回路解析はどのようなものか.

※講義中に練習問題を実施しますので，筆記用具と紙の準備をお願いします

これがポイント

直流回路の解析手順と同じ！

交流回路の解析の手順

Step 0 – 電流・電圧・特性値の記号を定義
Step 1 – 電圧平衡則・電流保存則を立式
Step 2 – 各素子について電圧・電流特性を立式
Step 3 – 上記の連立方程式を解く

Step 0

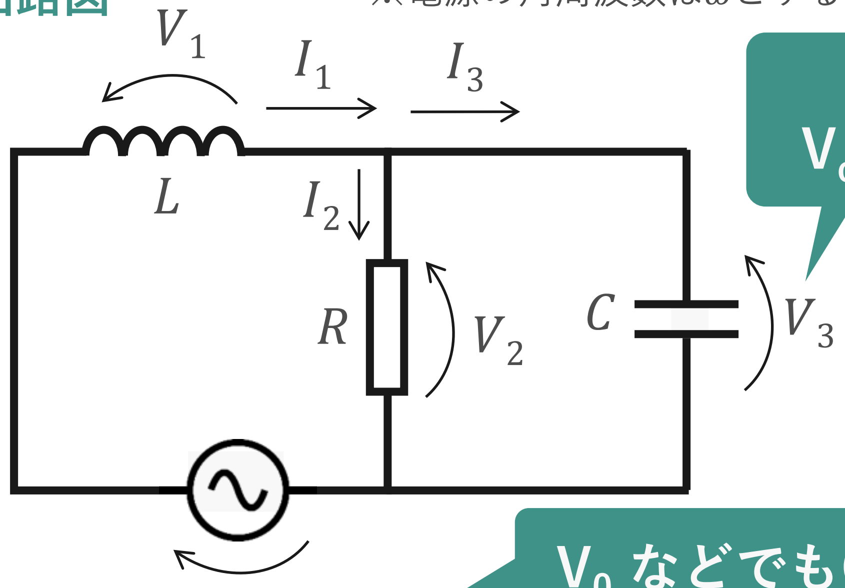
複素数　　複素数

各素子の電位差，分岐前後の電流，
各素子の特性値，を記号定義

実数

回路図

※電源の角周波数はωとする



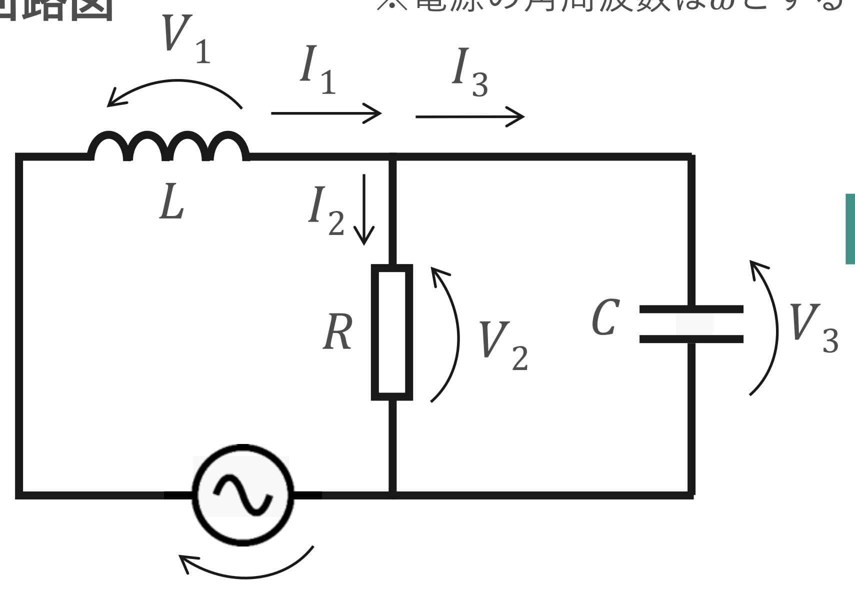
もちろん
V_c などでもOK

V_0 などでもOK

Step 1

各回路部で電圧平衡則・電流保存則を立式

回路図　※電源の角周波数はωとする



平衡則・保存則

ある閉路の右回りと
左回り電圧の総和は等しい

$$E = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_3$$

ある節点の流入電流と
流出電流の総和は等しい

$$I_1 = I_2 + I_3$$

直流回路解析と同じ
KVL方程式（キルヒホフの電圧平衡則）
KCL方程式（キルヒホフの電流保存則）
がそのまま使える！

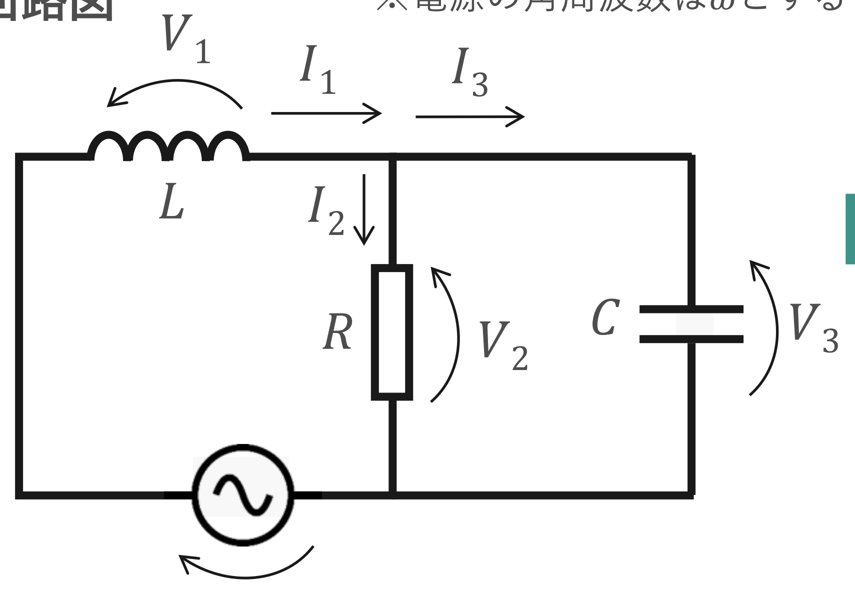
Step 2

各素子について電圧・電流特性を立式

交流回路独自！

回路図

※電源の角周波数はωとする



平衡則・保存則

ある閉路の右回りと
左回り電圧の総和は等しい

$$E = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_3$$

ある節点の流入電流と
流出電流の総和は等しい

$$I_1 = I_2 + I_3$$

素子の特性式

抵抗

$$V_2 = \mathrm{R}I_2$$

キャパシタ

$$V_3 = \frac{1}{j\omega C} I_3$$

インダクタ

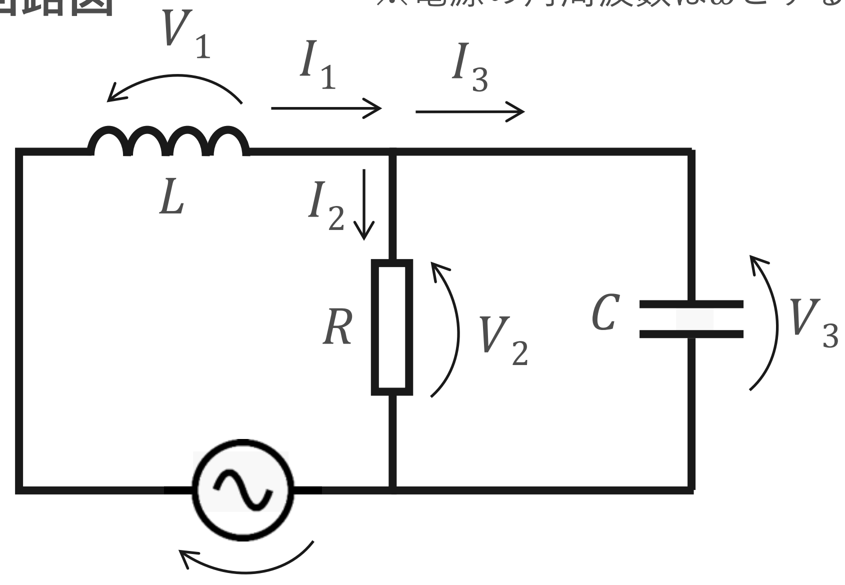
$$V_1 = j\omega L I_1$$

Step 3

連立方程式を解いて所望の部分の複素数表現を得る

回路図

※電源の角周波数はωとする



交流電源電圧 E

平衡則・保存則

ある閉路の右回りと
左回り電圧の総和は等しい

$$E = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_3$$

ある節点の流入電流と
流出電流の総和は等しい

$$I_1 = I_2 + I_3$$

素子の特性式

抵抗

$$V_2 = \mathrm{RI}_2$$

キャパシタ

$$V_3 = \frac{1}{j\omega C} I_3$$

インダクタ

$$V_1 = j\omega L I_1$$

解

$$I_1 = ?$$

$$V_2 = ?$$

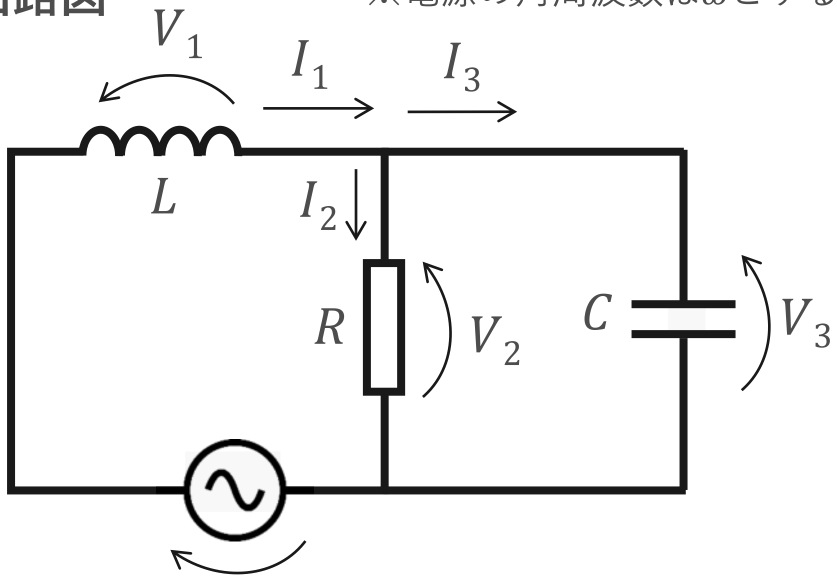
交流回路の解析のために重要な知識

交流回路ならではの素子の特性式の理解が必須

これを知らないと解けない

回路図

※電源の角周波数はωとする



交流電源電圧 E

回路の関係式

ある閉路の右回りと
左回り電圧の総和は等しい

$$E = V_1 + V_2$$
$$V_2 = V_3$$

ある節点の流入電流と
流出電流の総和は等しい

$$I_1 = I_2 + I_3$$

素子の特性式

抵抗

$$V_2 = \mathrm{R}I_2$$

キャパシタ

$$V_3 = \frac{1}{j\omega C} I_3$$

インダクタ

$$V_1 = j\omega L I_1$$

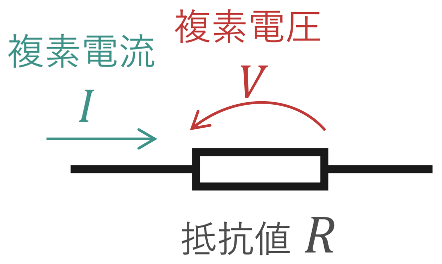
解

$$I_1 = ?$$
$$V_2 = ?$$

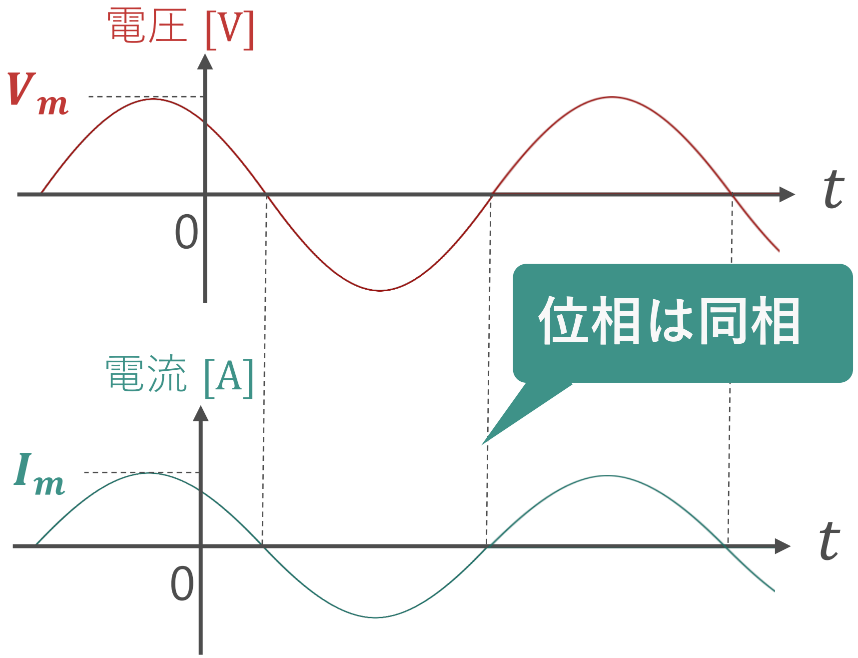
把握しておくべき電圧・電流特性：抵抗

覚える

抵抗においては $V = RI$ が成立



電圧と電流の波形の関係



Q. なぜこの式が成り立つか？

A. 直流同様，全時刻で $v = Ri$ が成り立つから.

電圧を$v = V_m \sin(\omega t + \varphi)$，
電流を$i = I_m \sin(\omega t + \theta)$とおく.

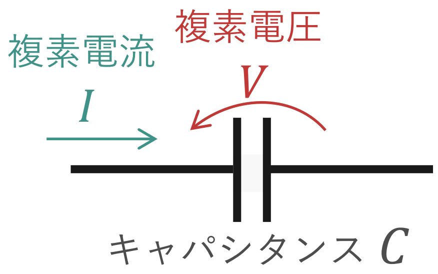
全時刻でオームの法則 $v = Ri$ が成り立つので,
$|V_m| \sin(\omega t + \varphi) = R|I_m| \sin(\omega t + \theta)$である.

この式より，
$|V_m| = R|I_m|$，及び $\varphi = \theta$ が得られる.

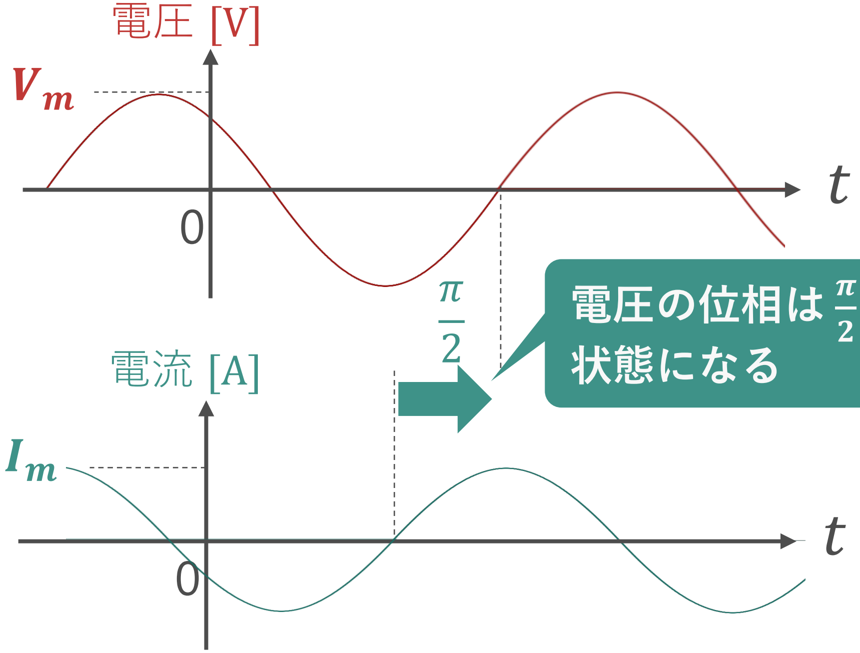
把握しておくべき電圧・電流特性：キャパシタ

覚える

キャパシタでは $V = \frac{1}{j\omega C} I$ が成立



電圧と電流の波形の関係



電圧の位相は $\frac{\pi}{2}$ 遅れた状態になる

Q. なぜこの式が成り立つか？

A.直流同様，全時刻で $i = C\frac{dv}{dt}$ が成り立つから．

電圧を$v = V_m \sin(\omega t + \varphi)$，
電流を$i = I_m \sin(\omega t + \theta)$とおく．

全時刻で $i = C\frac{dv}{dt}$ が成り立つので，

$$|I_m| \sin(\omega t + \theta) = \omega C|V_m| \cos(\omega t + \varphi)$$
$$= \omega C|V_m| \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$である．

先週出てきた変換

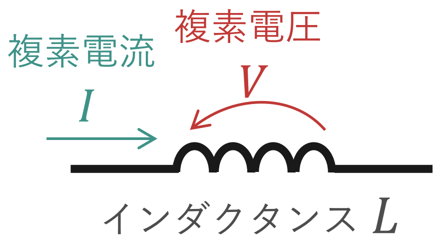
この式より，

$|V_m| = \frac{1}{\omega C}|I_m|$，及び $\theta = \varphi + \frac{\pi}{2}$ が得られる．

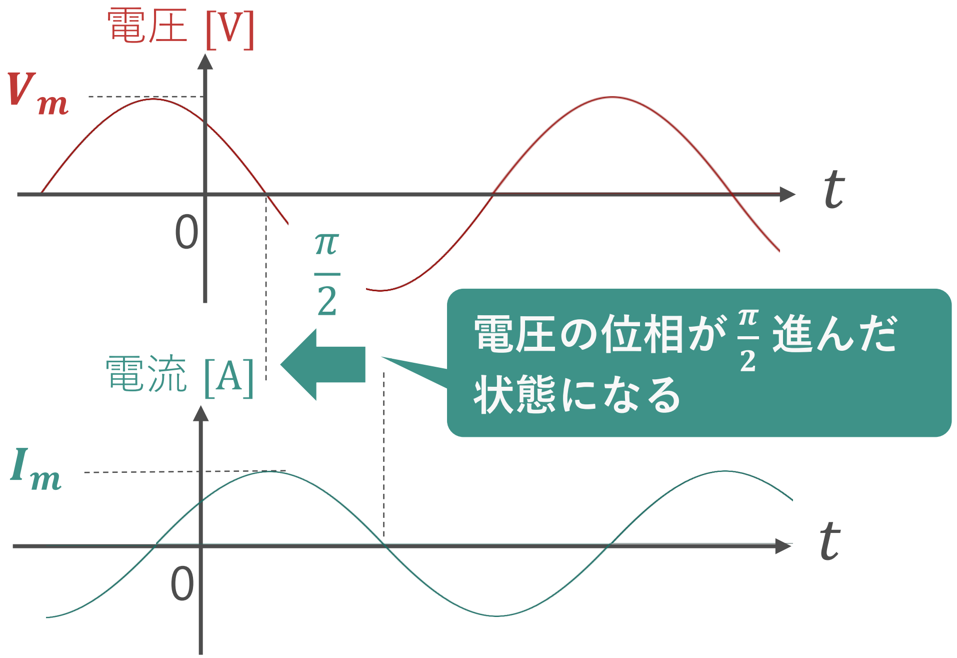
把握しておくべき電圧・電流特性：インダクタ

覚える

インダクタでは $V = j\omega L I$ が成立



電圧と電流の波形の関係



Q. なぜこの式が成り立つか？

A.直流同様，全時刻で $v = L\frac{di}{dt}$ が成り立つから．

電圧を$v = V_m \sin(\omega t + \varphi)$，
電流を$i = I_m \sin(\omega t + \theta)$とおく．

全時刻で $v = L\frac{di}{dt}$ が成り立つので，

$$|V_m| \sin(\omega t + \varphi) = \omega L |I_m| \cos(\omega t + \theta)$$
$$= \omega L |I_m| \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$ である．

先週出てきた変換

この式より，
$|V_m| = \omega L |I_m|$，及び $\varphi = \theta + \frac{\pi}{2}$ が得られる．

3つの関係式はとっても大事

だから覚える

$V=RI,\quad V=\frac{1}{j\omega C}I,\quad V=j\omega LI$ を覚えれば色々できる

電流と電圧の位相ずれの関係が式からわかる

$V=RI$　実数を掛けているだけなので位相は同相

先週習った内容です

$V=\frac{1}{j\omega C}I$　「jで割る＝位相を $\frac{\pi}{2}$ 遅らせる」なので，Iに対してVの位相は $\frac{\pi}{2}$ 遅れている

$V=j\omega LI$　「jを掛ける＝位相を $\frac{\pi}{2}$ 進める」なので，Iに対してVの位相は $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる

電流を求める式にも普通の計算で変換できる

$$V=RI \iff I=\frac{1}{R}V$$

$$V=\frac{1}{j\omega C}I \iff I=j\omega CV$$

$$V=j\omega LI \iff I=\frac{1}{j\omega L}V$$

両方覚えると混乱するので「V=」の側だけ覚えればよい

「$j\omega LI$」さえ確実に覚えておけば他を思い出しやすい

例題を通じて気づいてもらいたい重要な事実

R，L，Cは単体でも複数組み合わさった場合でも，電圧と電流の関係式は$V = ZI$の形式で表現できる

※Zは複素数

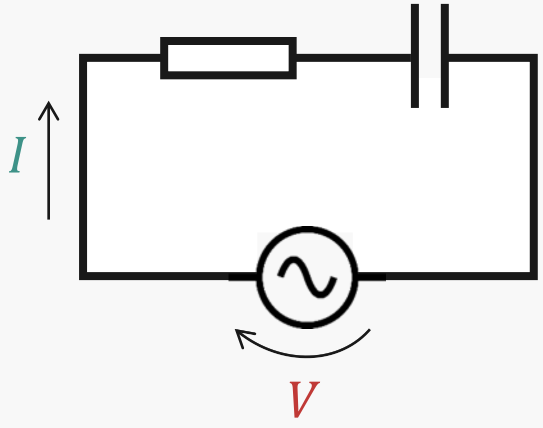
理解度確認テストの関係式

抵抗 $V = RI$

キャパシタ $V = \dfrac{1}{j\omega C}I$

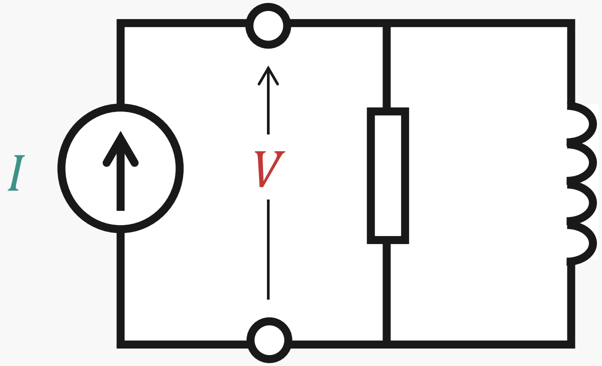
インダクタ $V = j\omega LI$

例題１の関係式



$$V = \frac{1 + j\omega CR}{j\omega C}I$$

例題２の関係式

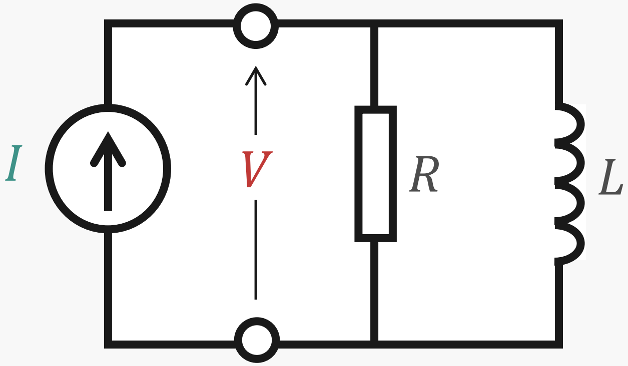


$$V = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L}I$$

解析を簡単にする工夫

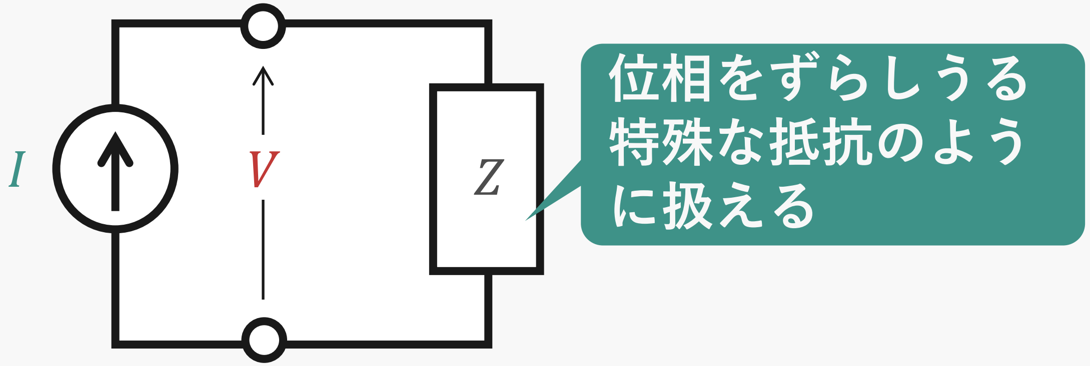
R，L，Cの組み合わせパターン毎のZを知っていれば
その部分の連立方程式を毎回解かなくて済む．
この $V = ZI$ の Z を複素インピーダンスと呼ぶ．

例題２の回路図と電圧・電流の関係式



$$V = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} I$$

例題２の回路図をZで簡略化したもの



$$V = ZI$$

ここで，$Z = \frac{j\omega LR}{R+j\omega L}$

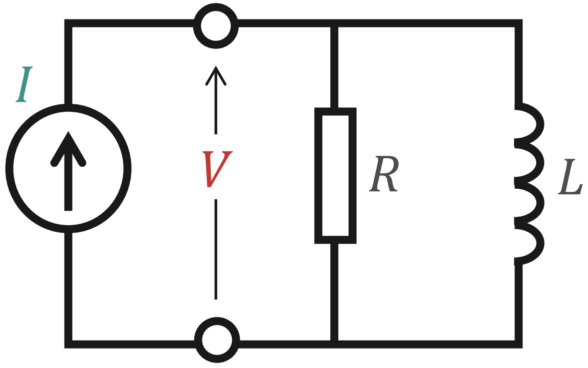
解析において重要な性質

ある回路部の複素インピーダンスは，あたかも一つの抵抗値のように合成することができる

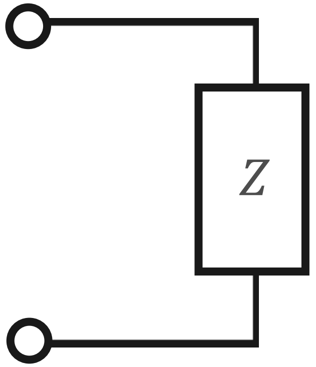
だから，回路パタン毎の複素インピーダンスを知っていれば解析は簡単

Z を R とみなしたとき
の計算と同じです

事前の解析で分かっている複素インピーダンス

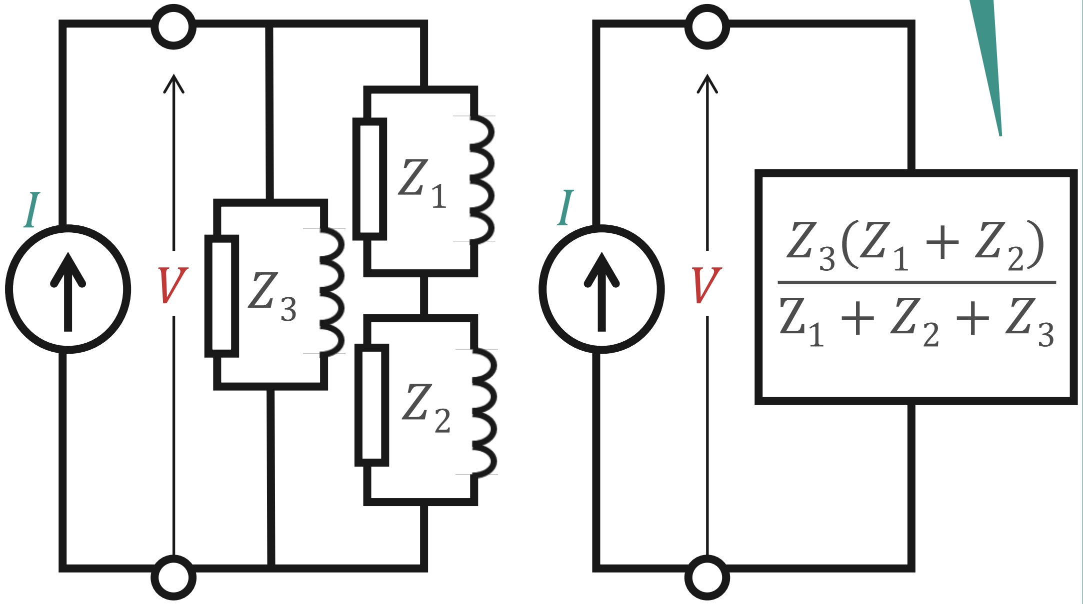


$$V = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} I$$



$$Z = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L}$$

複雑な回路でも計算が単純



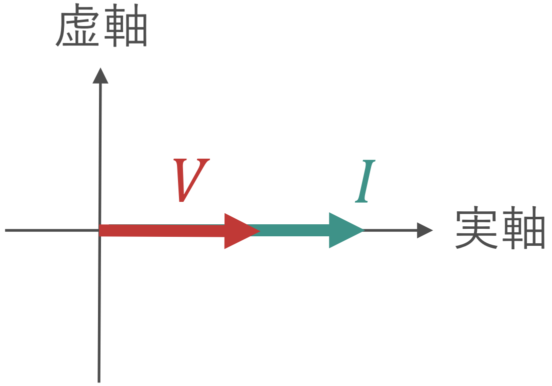
３つの関係式の理解を深めるために

素子ごとのフェーザ図もイメージできるように

抵抗における電圧・電流

$$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$$

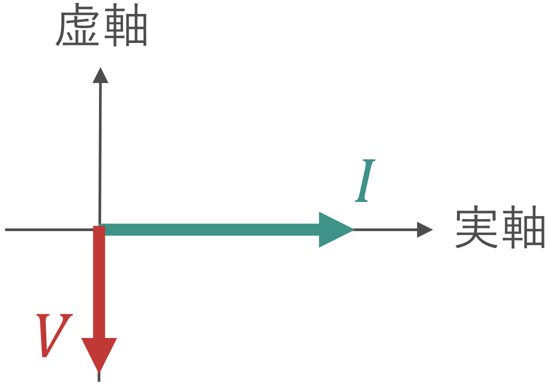
※ベクトルを実数倍



キャパシタにおける電圧・電流

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$$

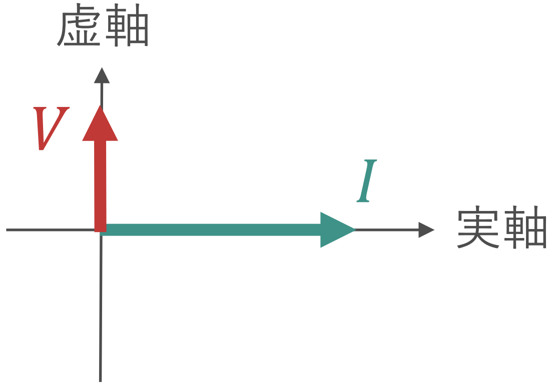
※ベクトルを実数倍して$-\frac{\pi}{2}$回転



インダクタにおける電圧・電流

$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$$

※ベクトルを実数倍して$\frac{\pi}{2}$回転

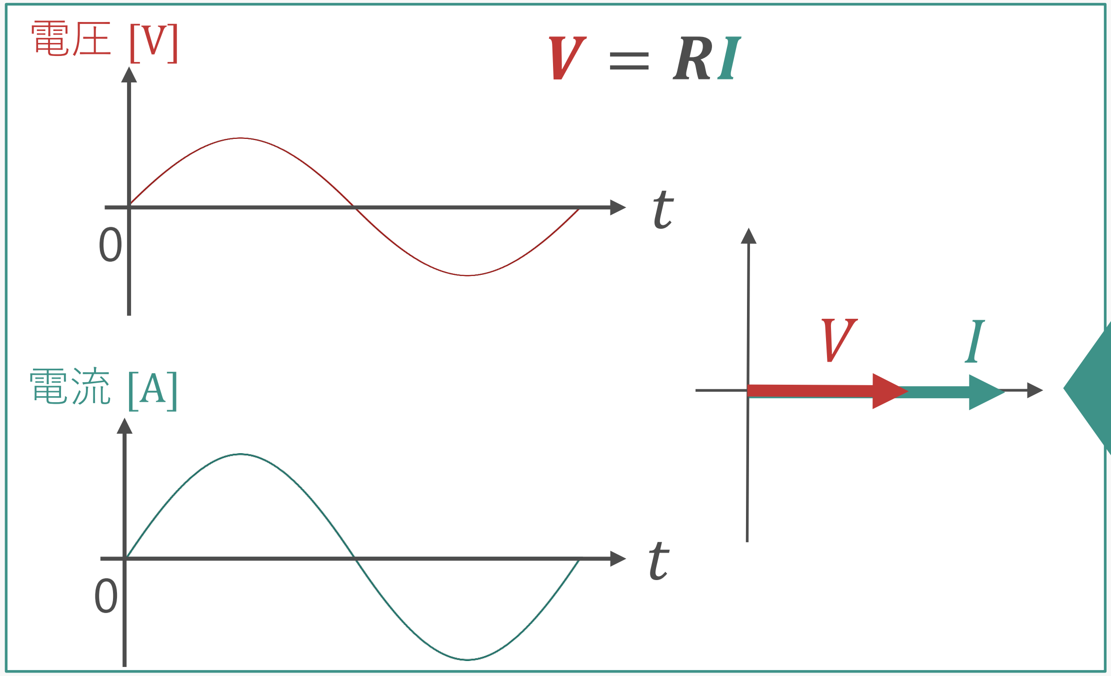


注意事項

電圧と電流のフェーザは相対位置関係こそが重要

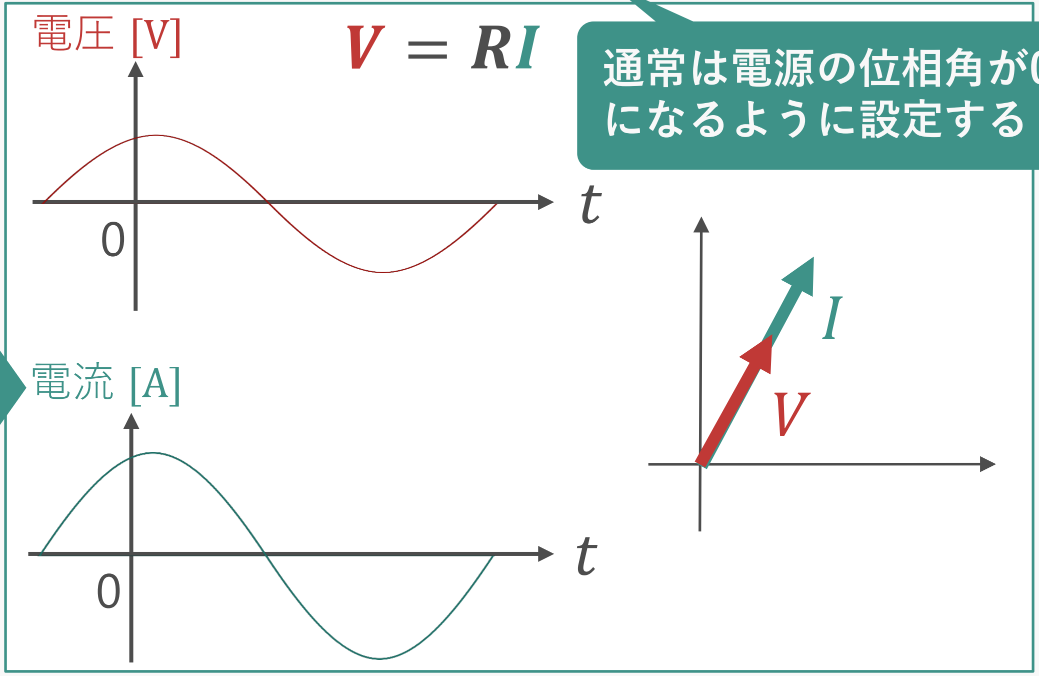
絶対位置に解析上の意味はない．相対位置関係は複素インピーダンスで決まる．

ある抵抗に流れる電流と電位差の変化の様子



同じ状態

原点とする時刻の設定を変えただけ

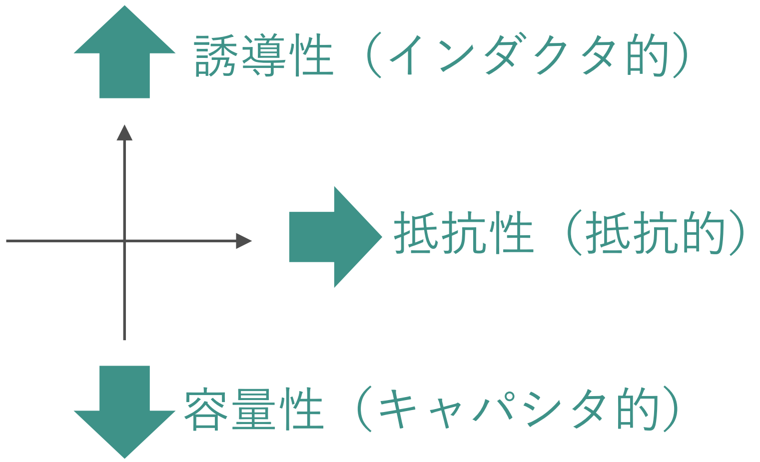


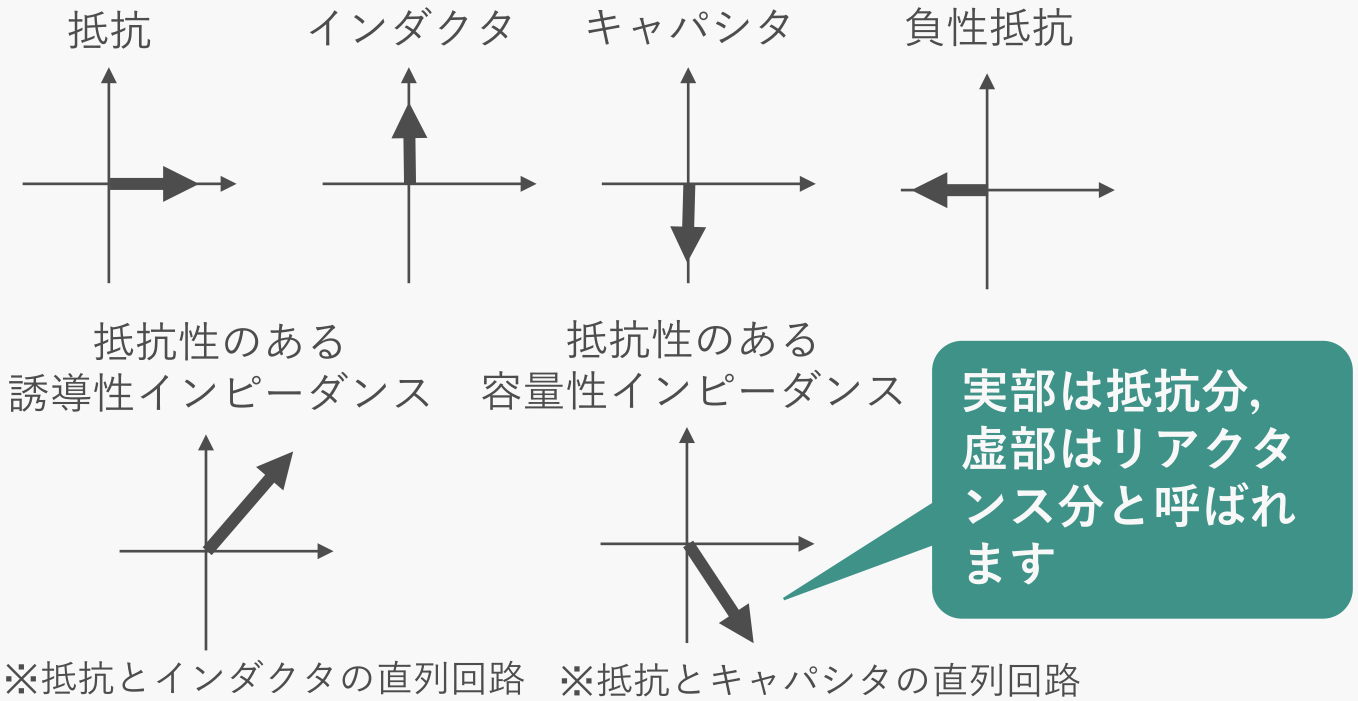
通常は電源の位相角が0になるように設定する

解析において重要な性質

複素インピーダンスのフェーザ図を見れば，その回路に抵抗，キャパシタ，インダクタの性質がどの程度含まれているか把握できる

複素インピーダンスのフェーザと性質の関係



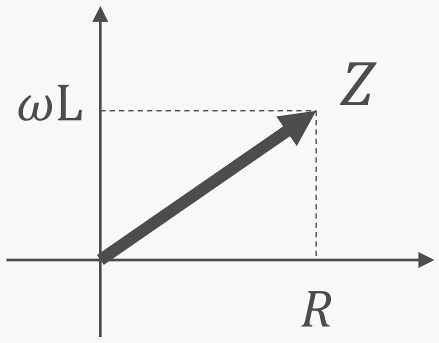


さらに

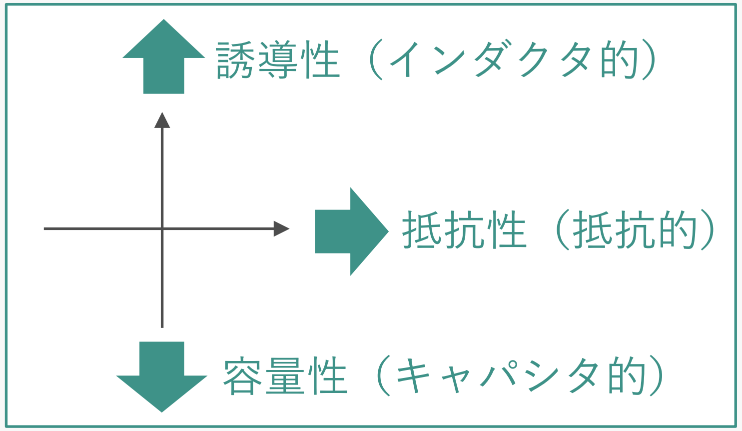
フェーザ図は大事ですね

複素インピーダンスのフェーザ図を見れば，
どんな回路に相当する回路なのかも分かる

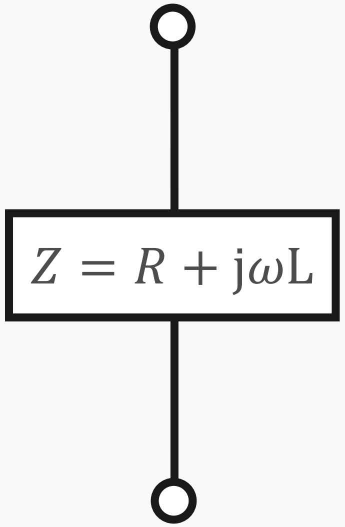
この複素インピーダンス
を示す回路はどんなもの？



フェーザ図の位置は
「抵抗性と誘導性」を示している



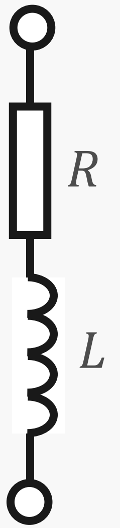
複素インピーダンスを分解してみると，
抵抗とインダクタの直列回路と等価だと分かる



$$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$$



本日学んでもらったこと

① 交流回路の解析の流れが直流回路解析と同じであること.

① 記号を書く
② 回路各部の電圧平衡則と電流保存則を立式
③ 各素子の電圧と電流の特性式を立式
④ 連立方程式を解く

② 解析においてはどのような連立方程式を立てることになるか.

- $\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$ ，$\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$ 以外は直流解析と同じ

③ 解析を楽にする複素インピーダンスとは何か.

- ある回路部分の電圧と電流の関係式 $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I}$ の係数$\boldsymbol{Z}$．位相も変える特殊な抵抗みたいなもの．

④ 複素インピーダンスを使った場合の回路解析はどのようなものか.

- 複素インピーダンスを抵抗のように扱って解析を単純化
- 複素インピーダンスの実部と虚部で性質（抵抗性・誘導性・容量性）を把握