

# 電気電子工学I

石原尚

機械工学専攻 講師（アンドロイド工学）

# 5/20, 27, 6/3, 10, 17の5回で交流回路を学びます

交流回路解析に必要な基礎知識 (5/20)

直流回路解析と類似した交流回路の基礎解析 (5/27)

交流回路ならではの特性の解析 (6/3)

交流回路の解析を簡単にする定理 (6/10)

定理の応用例 (6/17)

- 2 交流回路
  - 2.1 正弦波電圧・電流
  - 2.2 正弦波電圧・電流の複素数表示
  - 2.3 交流回路の複素数領域における解析法
  - 2.4 簡単な回路の正弦波定常解析
  - 2.5 複素インピーダンスと複素アドミタンス
  - 2.6 フェーザ図
  - 2.7 共振回路
  - 2.8 交流回路における電力
- 3 回路の諸定理
  - 3.1 回路の基本的性質
  - 3.2 重ね合わせの理
  - 3.3 テブナン等価回路とノートン等価回路
  - 3.6 ブリッジ回路
  - 3.7 整合
  - 3.8 電力と重ね合わせの理

## 前回学んでもらったこと

① 交流回路の解析の流れが直流回路解析と同じであること。

- ① 記号を書く
- ② 回路各部の電圧平衡則と電流保存則を立式
- ③ 各素子の電圧と電流の特性式を立式
- ④ 連立方程式を解く

② 解析においてはどのような連立方程式を立てることになるか。

- $\mathbf{V} = R\mathbf{I}$  ,  $\mathbf{V} = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$  以外は直流解析と同じ

③ 解析を楽にする複素インピーダンスとは何か。

- ある回路部分の電圧と電流の関係式  $\mathbf{V} = Z\mathbf{I}$  の係数Z. 位相も変える特殊な抵抗みたいなもの。

④ 複素インピーダンスを使った場合の回路解析はどのようなものか。

- 複素インピーダンスを抵抗のように扱って解析を単純化
- 複素インピーダンスの実部と虚部で性質（抵抗性・誘導性・容量性）を把握

## 本日学ぶこと

今回から「角周波数の変化」も扱います

- ① 角周波数を変えた場合フェーザ図はどうなるか.
- ② 交流回路でおこる共振とは何か. 何が起きているか.
- ③ 交流回路では電力はどうなっているか. どう表現されるか.

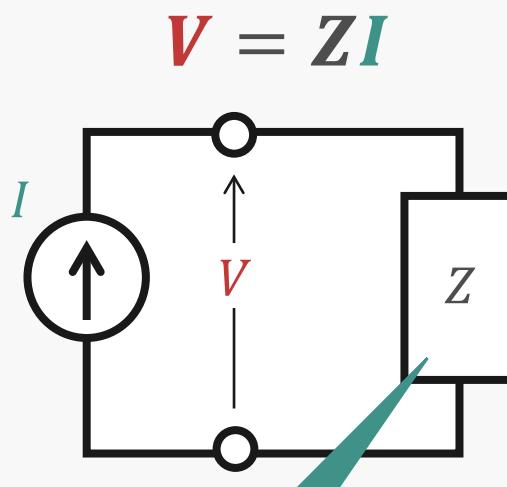
これまでの知識を  
使って解析します

定義が多いですが交流ならではの  
面白い特性が出てきます

※講義中に練習問題を実施しますので、筆記用具と紙の準備をお願いします

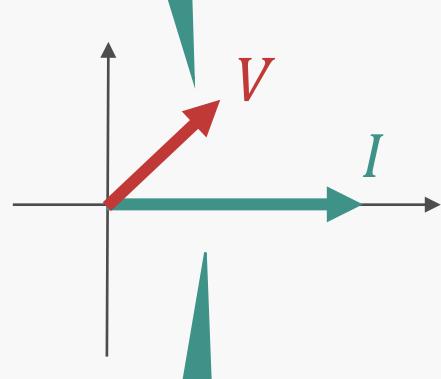
おさらい

複素電流・電圧・インピーダンスを複素平面に  
図示すると回路の特性が把握しやすくなる

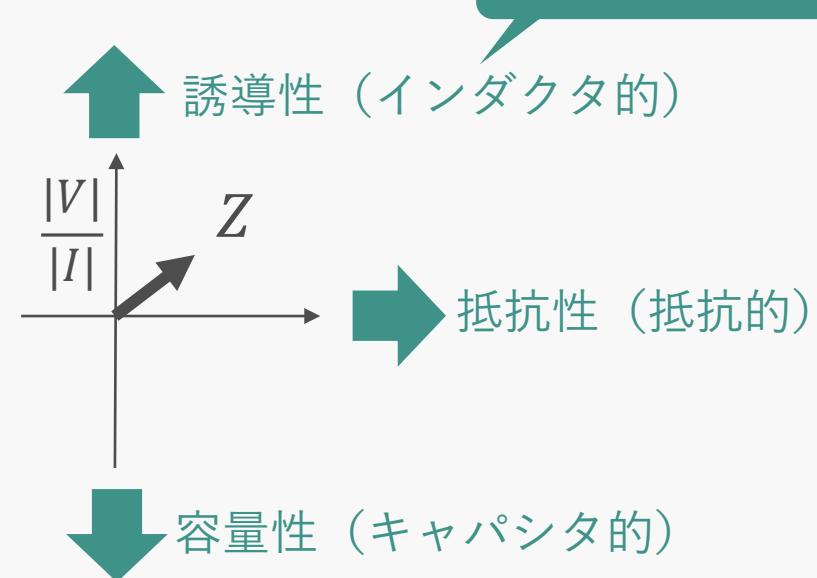


複数素子でも  
複素インピーダンスで  
まとめて表現できる

位相のずれが  
一目両全



複素電圧・電流は  
相対位置関係が大事

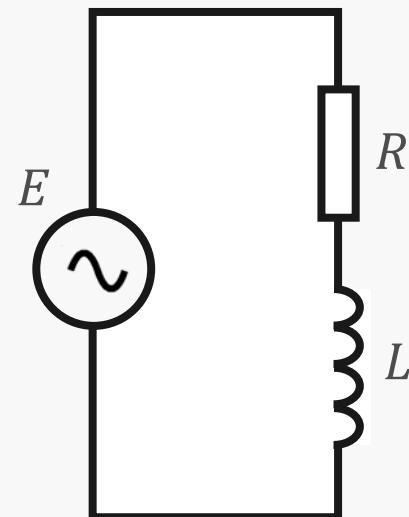


複素インピーダンスは  
絶対位置が大事

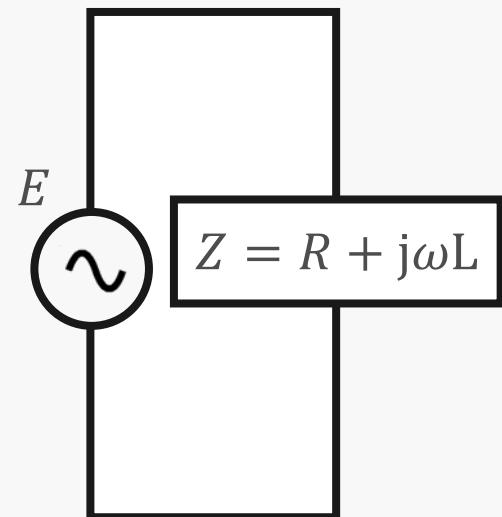
回路設計のために重要な解析の知識

回路のパラメータを変えた際のフェーザが描く軌跡  
(フェーザ軌跡) をみれば設計の方針が立てられる

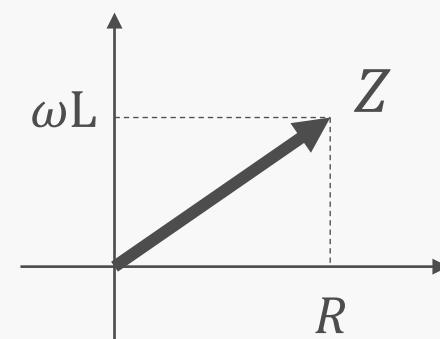
抵抗とインダクタの直列回路



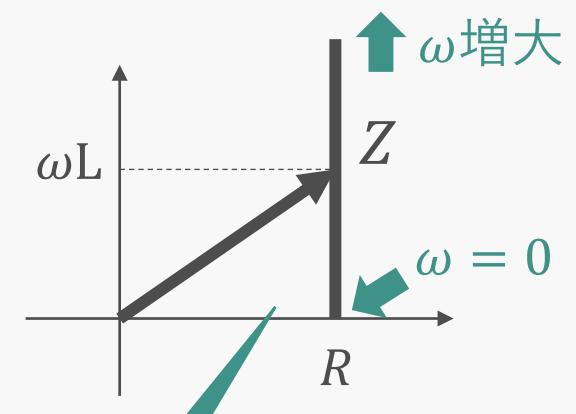
…の複素インピーダンス



…のフェーザ



…の $\omega$ をえたときの軌跡

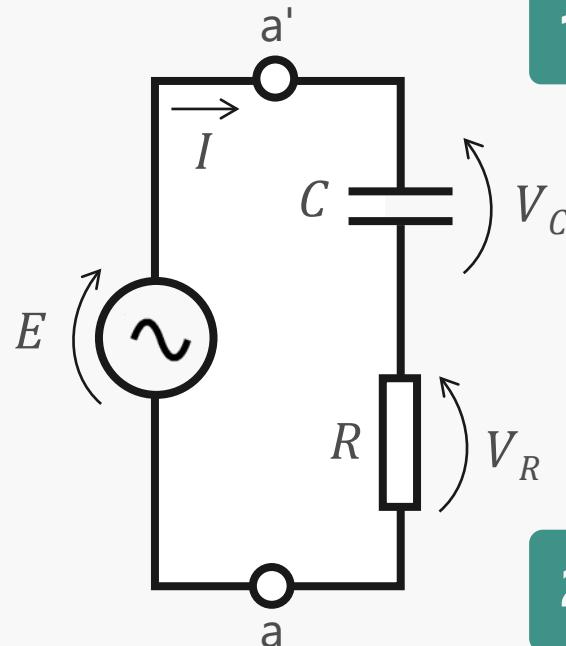


誘導性を高めたいときは $\omega$ を  
増大させればよい！と分かる

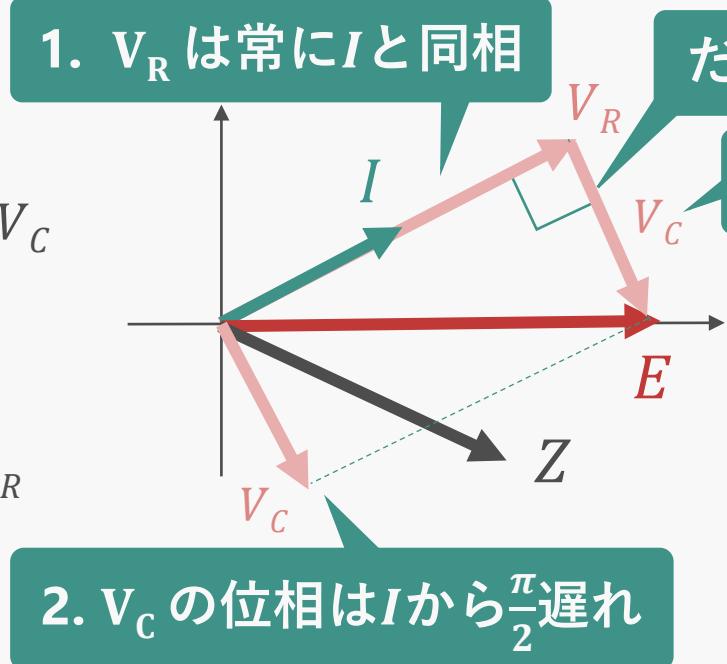
解析を楽にする方法

フェーザ図でフェーザの関係を幾何学的に掴めば  
フェーザ軌跡の把握が楽になる

練習問題1と2の回路

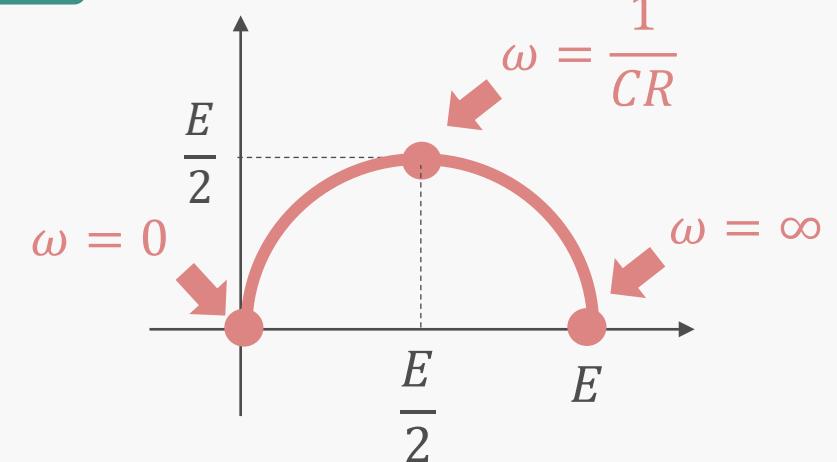


練習問題1で求めたフェーザ図



フェーザ軌跡（練習問題2の解答）

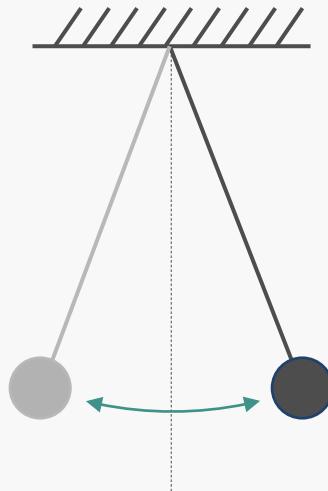
$$V_R = RI = \frac{RE}{Z} = \frac{RE}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$



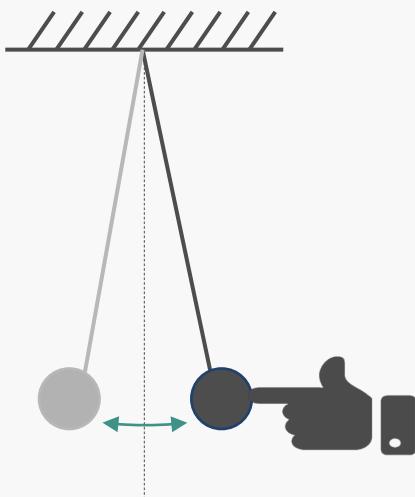
## 定義

固有振動と同じ周波数の強制振動が入力されたときに  
振動の振幅が顕著に大きくなる現象

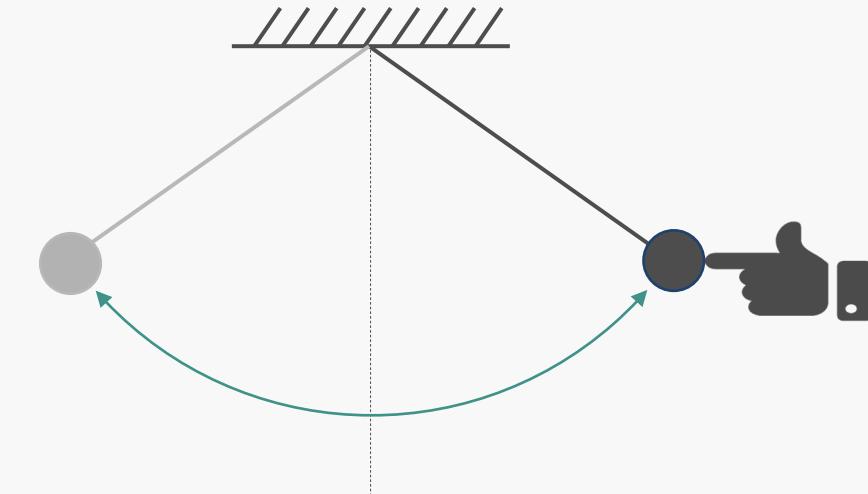
固有振動  
勝手に振動している状態



固有振動+周波数の異なる強制振動  
打ち消し合って振幅は小さくなる



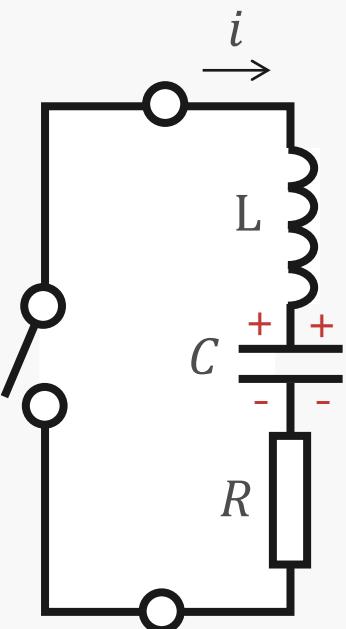
固有振動+周波数の同じ強制振動  
振幅は大きくなる（共振）



知識：高校でも振動回路として習います

インダクタとキャパシタを含む交流回路では  
両者の作用で電圧・電流が（勝手に）振動する

キャパシタが充電されている  
状態でスイッチを閉じると…



キャパシタの放電と  
インダクタの自己誘導の作用で  
電荷が周期的に移動（振動）



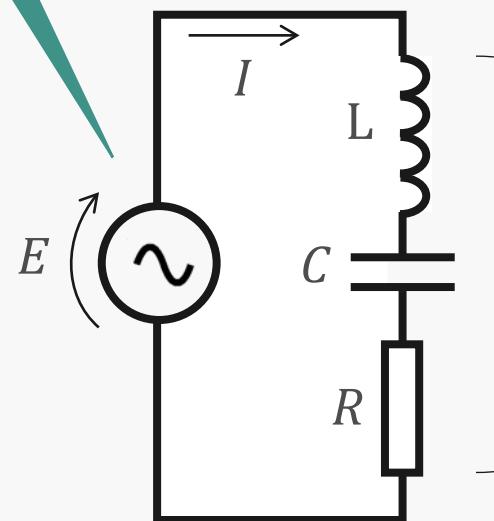
$R$  が大きいほど  
早く減衰

どんなときに共振が起こるのか

共振角周波数と呼ばれます

RLC回路の複素インピーダンスの虚部が0になる角周波数のとき、電流振幅が最大となる電流共振が発生

電源が強制振動に相当



$$Z = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

これが0になる  $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  のとき共振

理由：このとき実効値が最大になるから

$$I = \frac{E}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

$$|I| = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

これが0のとき実効値最大

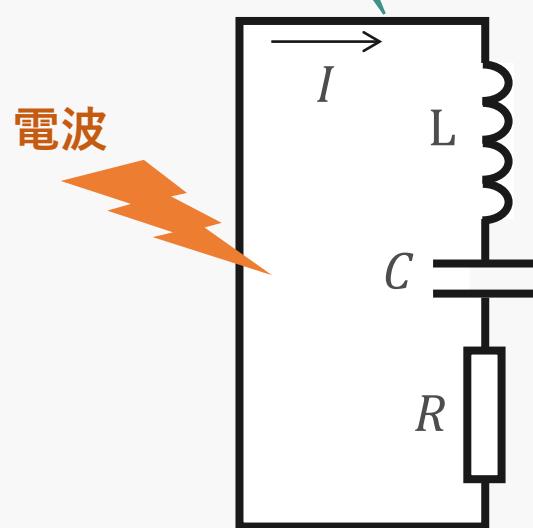
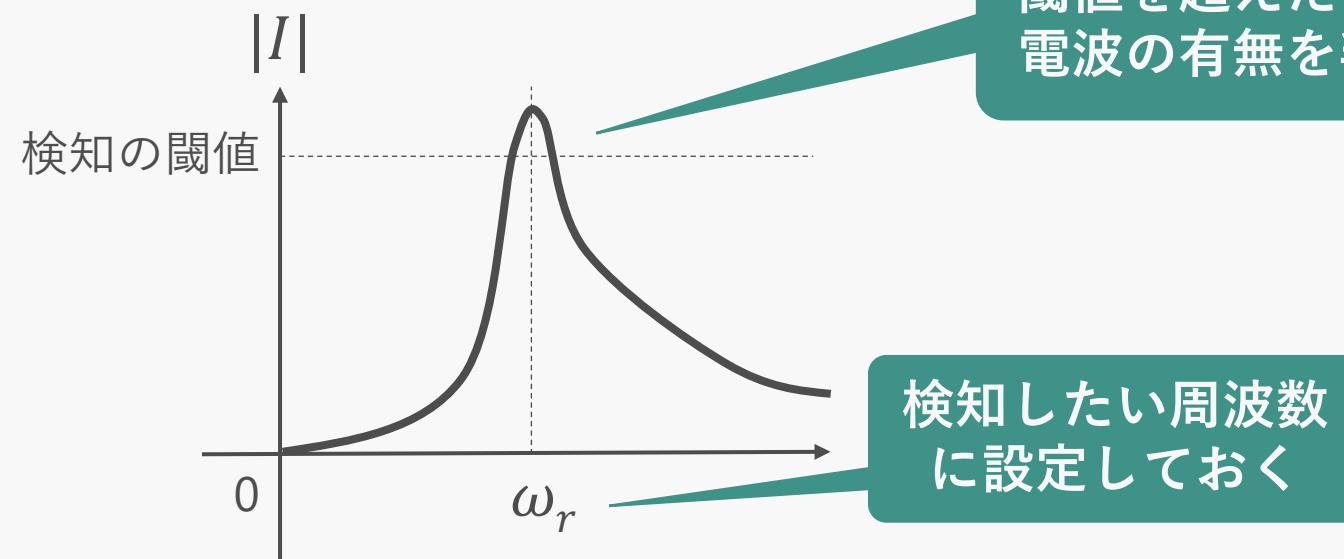
※RLCが並列の場合も同じ

## 知識

強制振動の電源の一つ

共振を利用すれば、特定の周波数の電波が回路に届いたことを検知するアンテナが作れる

この電流を監視

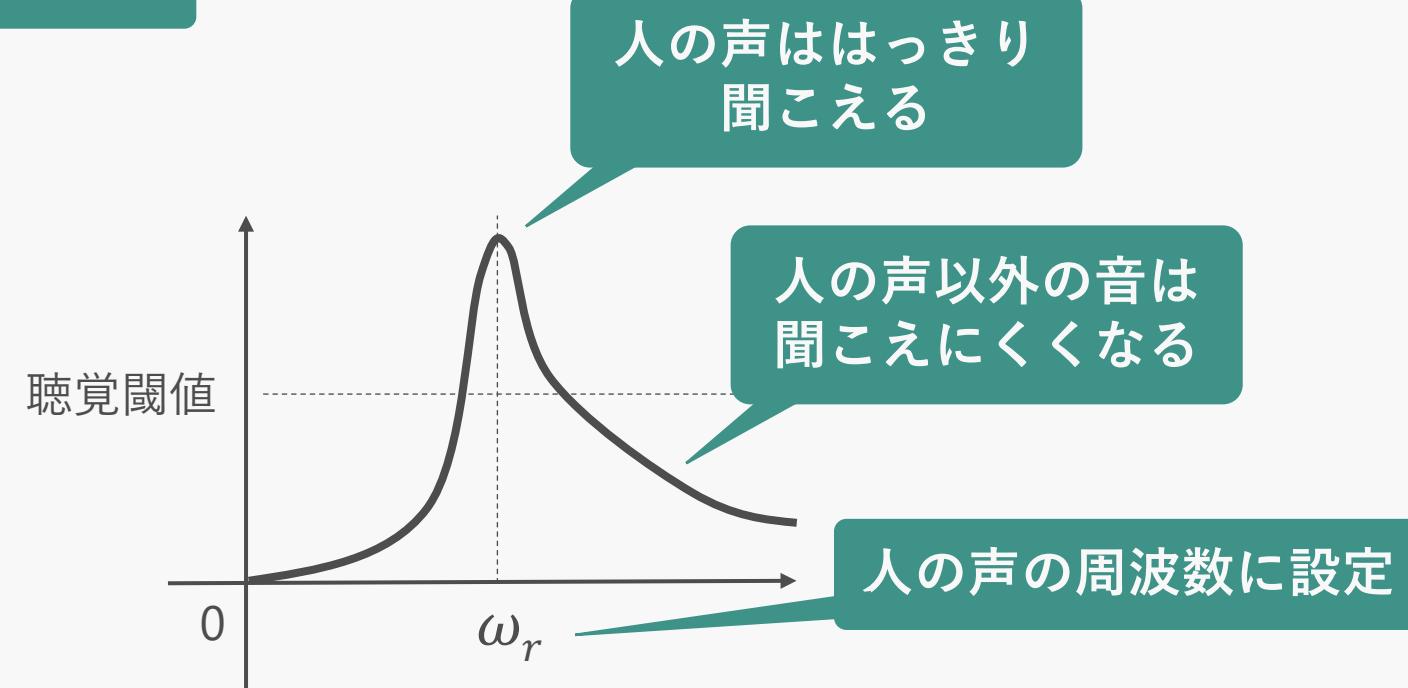
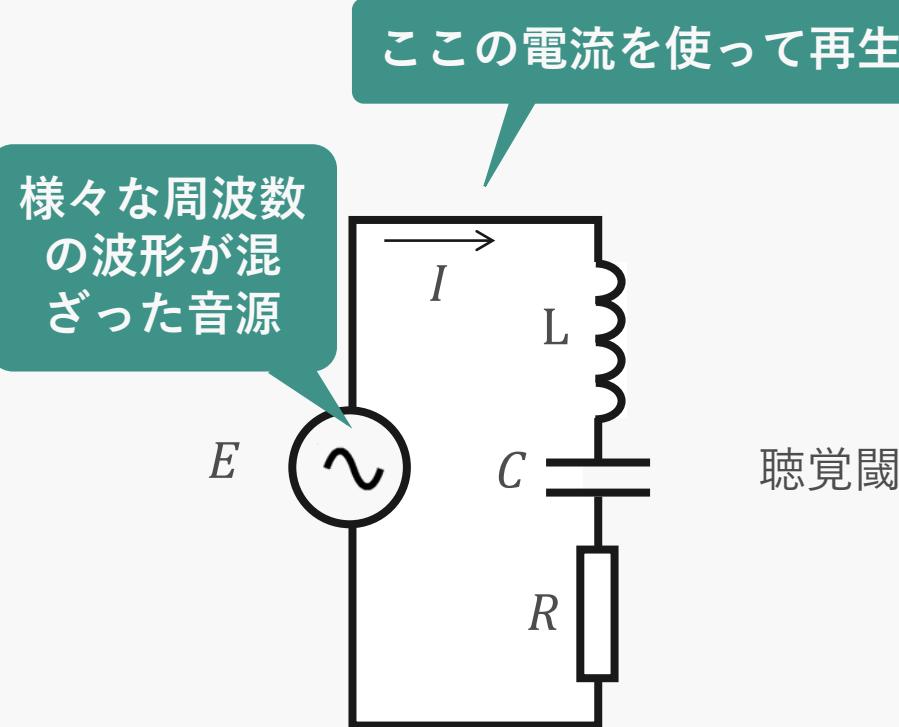
強制振動の $\omega$ と実効値の関係（共振曲線）

計測した電流の実効値が閾値を超えたかどうかで電波の有無を判別できる

## 知識

マイクで拾えば強制振動の電源に

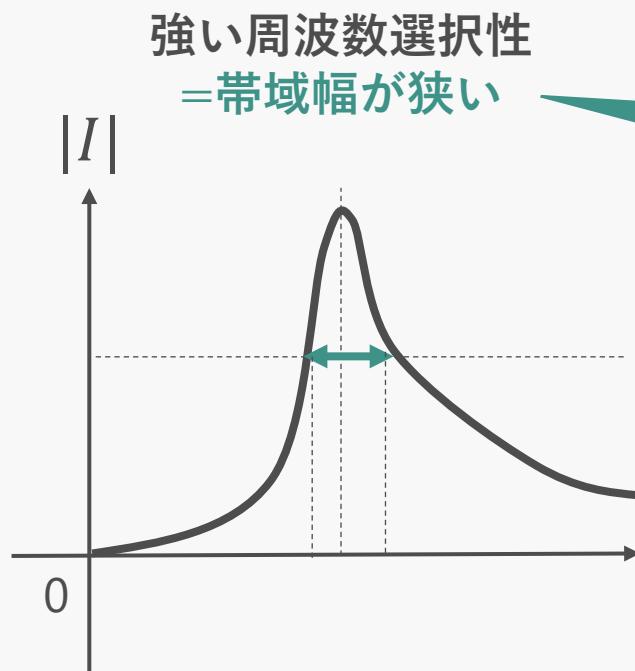
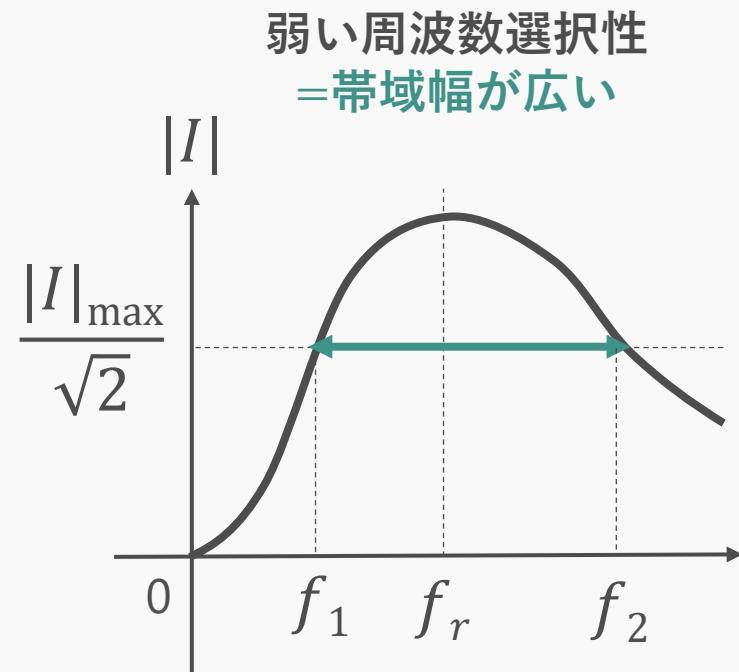
共振を利用すれば、特定の周波数以外の音をノイズとして除去することができる



定義

通常Hzに換算した値を指します

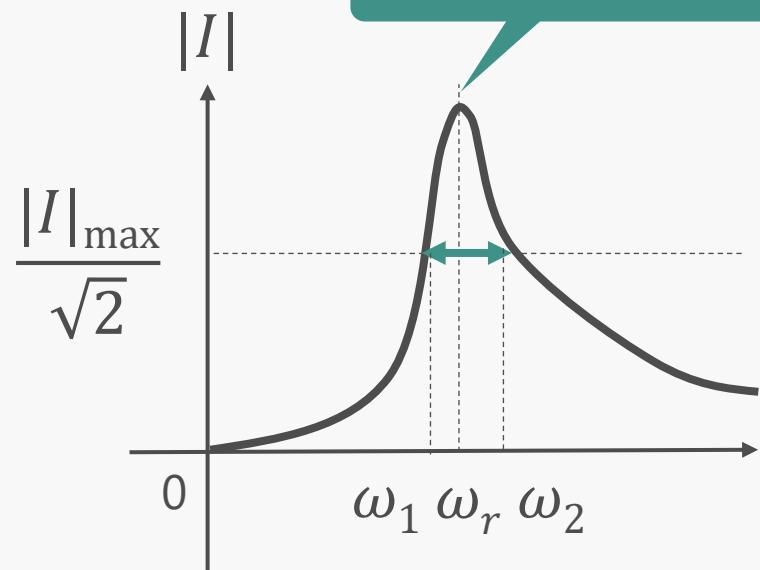
電流実効値が最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ になる2つの周波数を遮断周波数と呼び、その差を帯域幅と呼ぶ。



大抵の場合こちらが高性能で嬉しいが、高価

## 知識

共振曲線の尖り具合は「尖鋭度Q値」としても表現される



Q値が大きいほど尖る

$$Q = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1}$$

周波数で計算  
しても同じ値

$\omega_1$ や $\omega_2$ の定義  
から導けます

$$\text{RLCが直列の共振回路の場合, } Q = \frac{L\omega_r}{R}$$

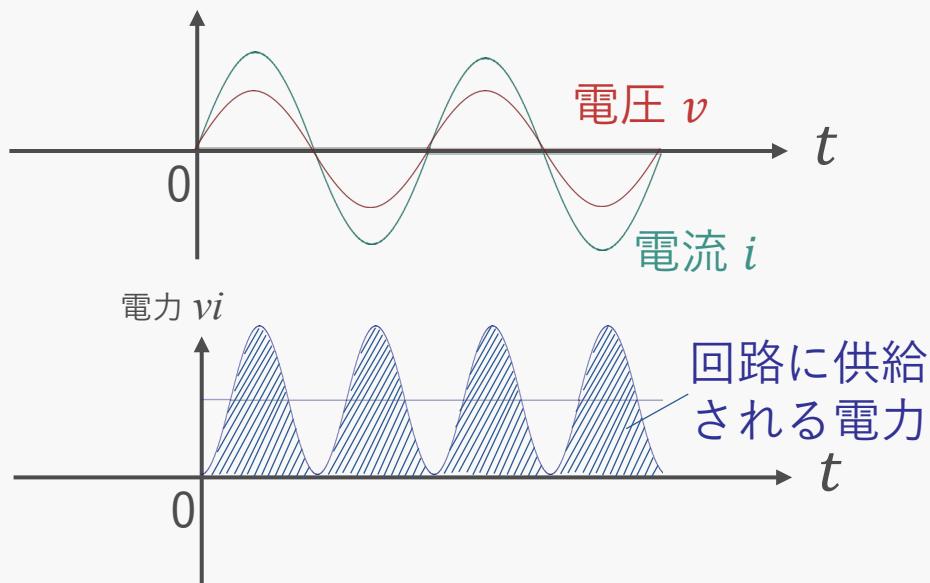
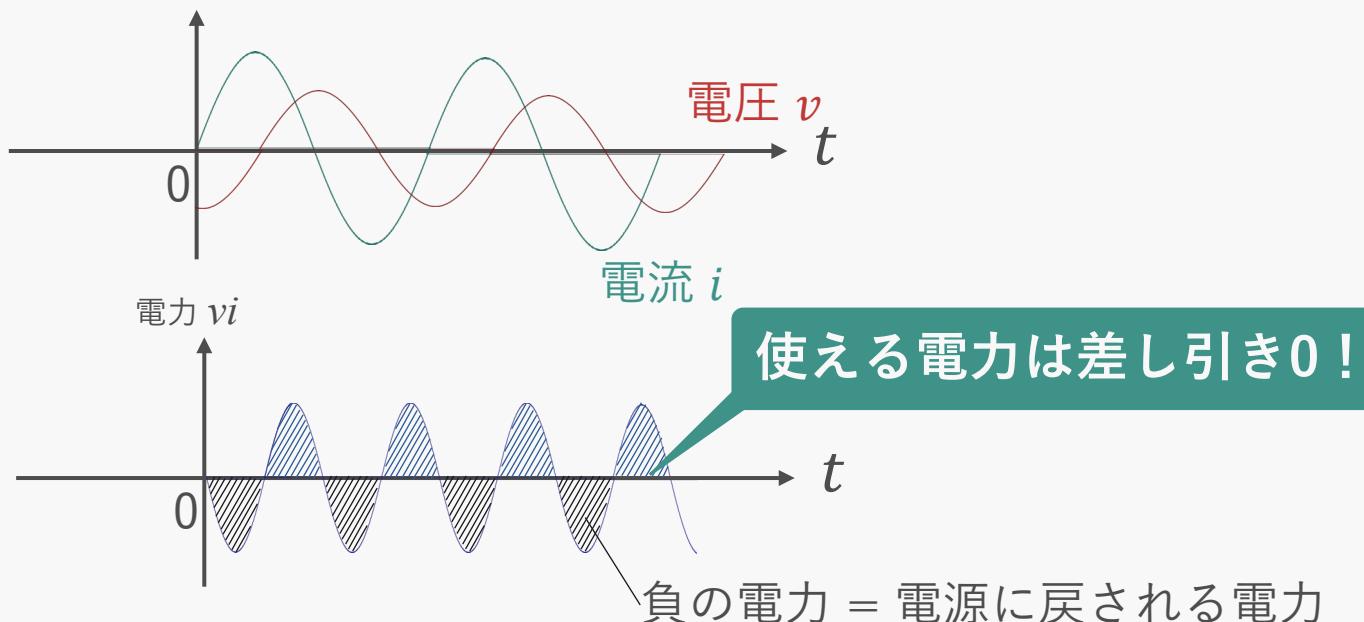
$$\text{RLCが並列の共振回路の場合, } Q = \frac{R}{L\omega_r}$$

## 把握しておくべき特徴

交流回路においては電圧と電流の位相差に応じて  
回路に供給される電力が減る

位相差が $\varphi$ のとき  
 $|V||I| \cos \varphi$ になります

位相差が小さい場合

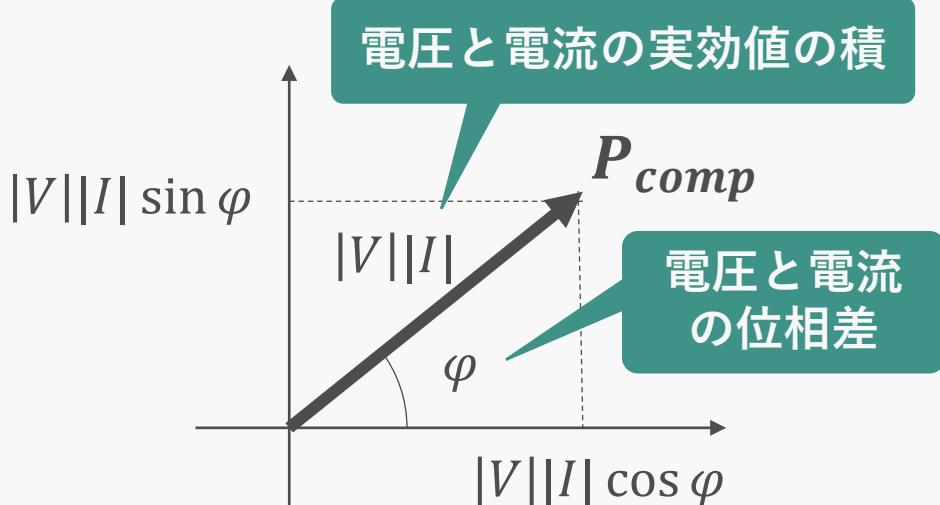
位相差が  $\frac{\pi}{2}$  の場合

## 定義

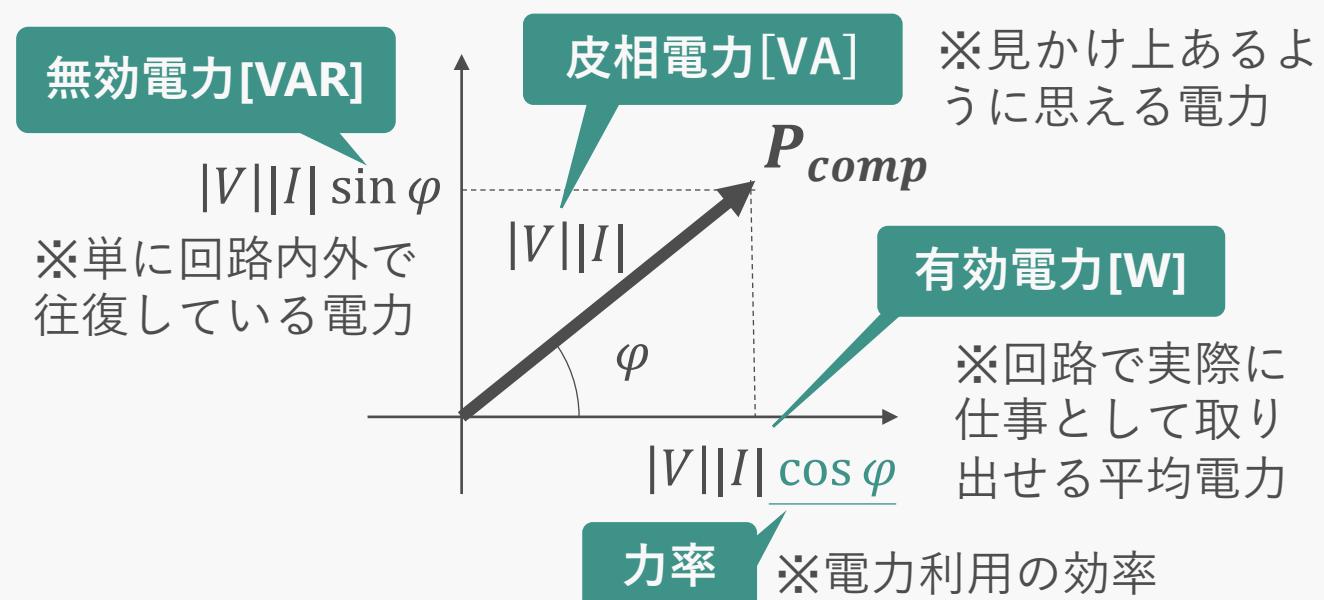
虚部の正負を逆に  
した共役複素数

交流回路における複素電力は  $P_{comp} = \overline{VI}$  とする

上記のように定義すると  
複素電力の実部と虚部はこうなってくれる



そうなると実部や虚部などの値が  
意味のある値になるので嬉しい



## 本日学んでもらったこと

### ① 角周波数を変えた場合フェーザ図はどうなるか.

- フェーザの先端が動いて何らかの軌跡を描く（フェーザ軌跡）

### ② 交流回路でおこる共振とは何か. 何が起きているか.

- 複素電源によって振動回路の電流振幅が顕著に増大すること
- 複素電源の角周波数と振動回路の固有角周波数が（ほぼ）一致している
- 回路の複素インピーダンスの虚部が0のとき電流実効値が最大になっている

### ③ 交流回路では電力はどうなっているか. どう表現されるか.

- 電流と電圧の位相がずれると位相差に応じた電力効率低下が起きる
- 電圧の共役複素数と電流の積が複素電力
- 複素電力の実部が有効電力で、虚部が無効電力